

Redes Bayesianas

Prof. Dr. Saulo Popov Zambiasi

saulopz@gmail.com

Raciocínio sobre Incertezas

Raciocínio sobre Incertezas

- Estrada com gelo
 - Contexto
 - O inspetor Smith está aguardando a chegada do Sr. Homes e do Dr. Watson. Ambos são motoristas com pouca experiência
 - Eventos
 - Estrada com gelo?
 - Homes sofreu um acidente?
 - Watson sofreu um acidente?

Raciocínio sobre Incertezas

- Estrada com gelo
 - Cada variável do exemplo possui dois estados: [“Sim”, “Não”] e um nível de certeza de que ocorreu
 - O nível de certeza é um número real positivo.



Raciocínio sobre Incertezas

- Estrada com gelo
 - Evolução:
 - Quando o inspetor descobre que Watson sofreu um acidente, ele aumenta a certeza de que a estrada está com gelo que, por sua vez, aumenta o nível de certeza que Homes sofreu um acidente.
 - Quando a secretária diz que a estrada não está com gelo, o fato de que Watson sofreu um acidente **não** pode modificar a certeza sobre as condições da estrada e, por sua vez, **não** pode influenciar o nível de certeza da variável "Homes sofreu um acidente?".
 - Este é um exemplo de como dependência e independência se modifica com as informações obtidas.

Raciocínio sobre Incertezas

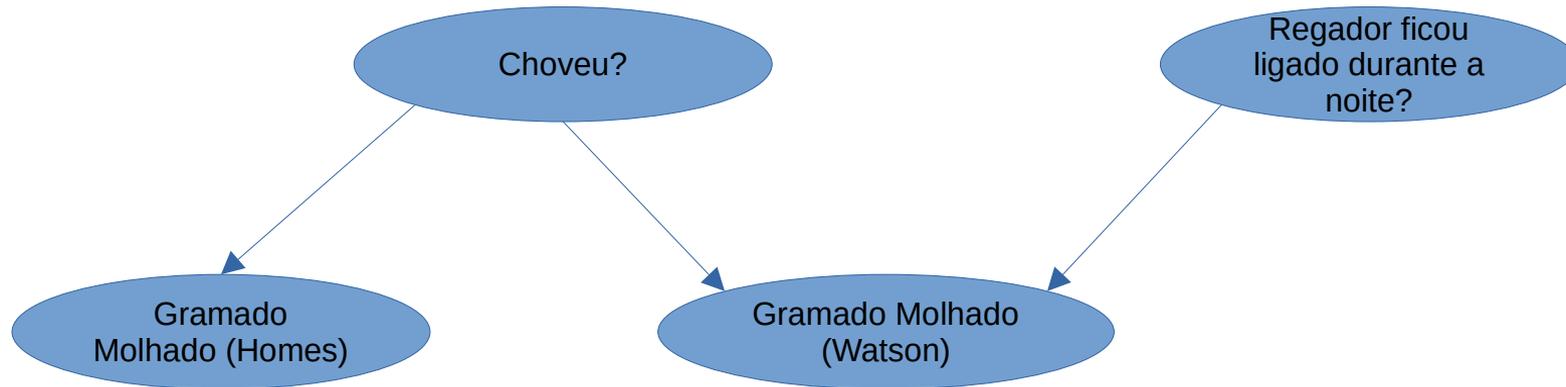
- Estrada com gelo
 - Sequência de eventos
 - Quando não sabemos nada a respeito das condições da estrada, "Homes sofreu um acidente?" e "Watson sofreu um acidente?" são dependentes:
 - A informação sobre qualquer um dos eventos afeta a certeza do outro.
 - Todavia, quando sabemos com certeza a condição da estrada, então as variáveis se tornam independentes:
 - A informação a respeito de Watson não tem efeito algum sobre Homes e vice-versa.
 - Esse fenômeno é chamado de **Independência Condicional**.

Raciocínio sobre Incertezas

- Grama Molhada
 - Contexto
 - Dr. Watson mora em Londres.
 - Quando ele parte de casa pela manhã percebe que a grama está molhada.
 - É por que choveu ou por que ele esqueceu de desligar o regador?
 - A sua certeza aumenta sobre ambos os eventos por que a grama está molhada.
 - A grama do seu vizinho, Homes, também está molhada. Watson então tem quase certeza que choveu.

Raciocínio sobre Incertezas

- Grama Molhada



Raciocínio sobre Incertezas

- Evolução

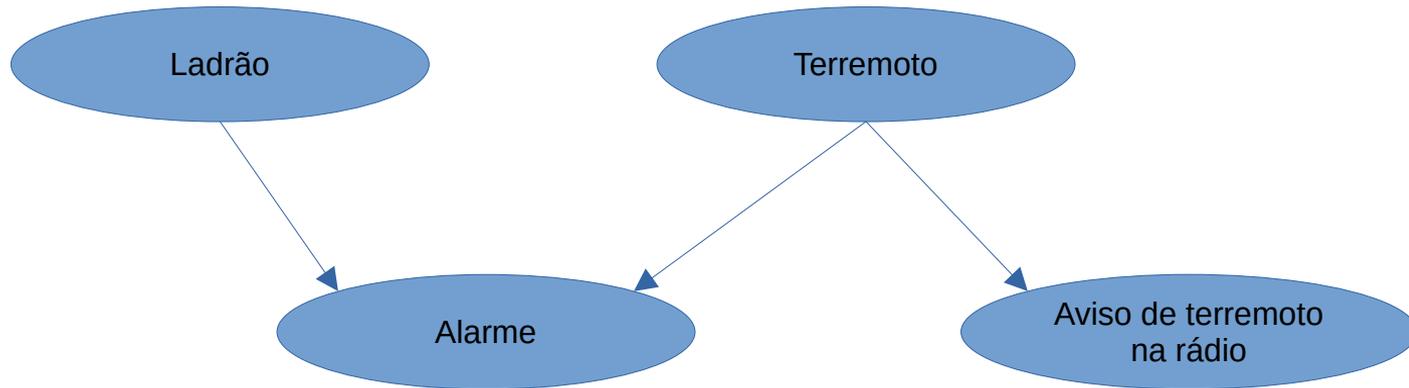
- No início, quando nada se sabe, "Chuva?" e "Regador ficou ligado durante a noite?" são independentes.
- Contudo, quando obtemos informações sobre a grama de Homes, ambas se tornam dependentes.

Raciocínio sobre Incertezas

- Terremoto
 - Cenário
 - Homes está no escritório e recebe um telefonema de Watson informando que o alarme da casa disparou
 - Imaginando que um ladrão entrou na casa, Homes se dirige para casa.
 - No caminho, Homes escuta no rádio que um pequeno terremoto ocorreu na vizinhança.
 - Sabendo que o terremoto tipicamente causa disparo do alarme, ele retorna para o escritório.

Raciocínio sobre Incertezas

- Terremoto



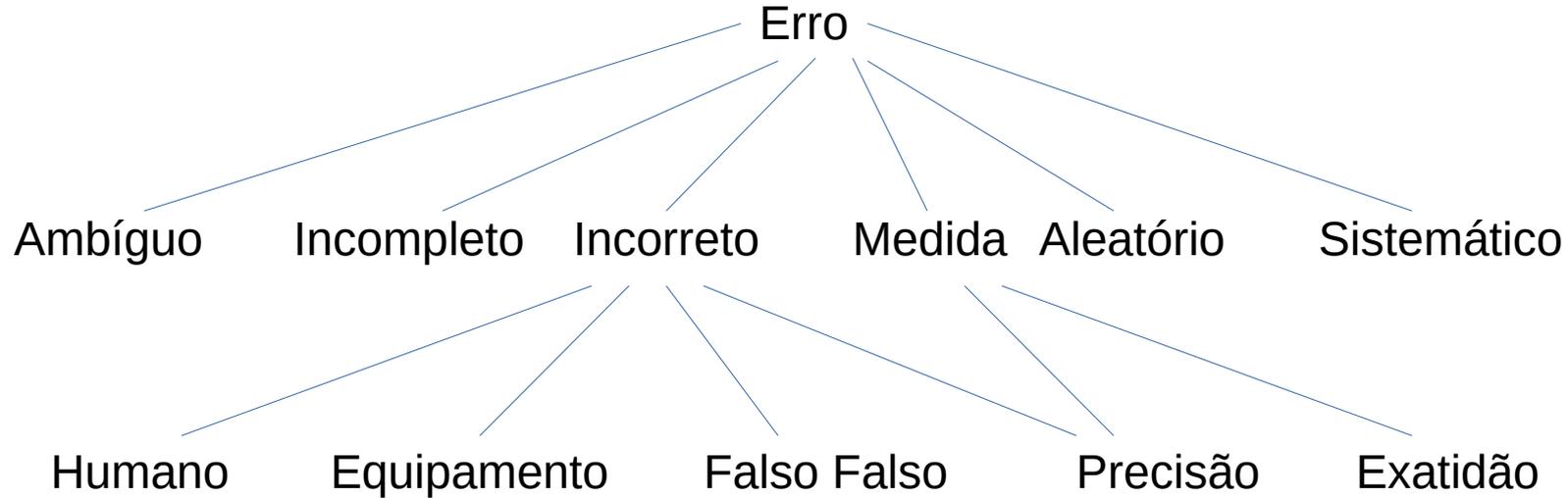
Raciocínio sobre Incertezas

- Certezas iniciais
 - Observações
 - Se um evento ocorre, então a certeza de outros eventos deve ser modificada.
 - Para recalcularmos a certeza, precisamos saber valores iniciais (Priori).
 - Em particular, precisamos saber as certezas dos eventos que não são causados por outros eventos.

Raciocínio sobre Incertezas

- Outros exemplos
 - Se eu tomar um copo de café no intervalo, terei uma certeza de 0,5 de ficar acordado na próxima aula.
 - Se eu der uma caminhada no intervalo, terei uma certeza de 0,8 de ficar acordado na próxima aula.
 - Se eu fizer as duas coisas, qual a certeza que terei de ficar acordado?
 - Existe uma certeza de 0.7 de uma pessoa dirigindo um carro de luxo não respeitar as leis de trânsito (valor fictício).
 - Estou na estrada e vejo um carro de luxo se aproximando.
 - O que posso deduzir sobre como essa pessoa dirige?
 - Devo ficar no modo de direção defensiva?

Incerteza e ERRO



Incerteza e ERRO

EXEMPLO	ERRO	RAZÃO
Desligue a válvula	Ambíguo	Qual válvula?
Gire a válvula 1	Incompleto	Em que sentido?
Desligue a válvula 1	Incorreto	Deveria ligar
Válvula emperrada	Falso positivo	Não está emperrada
Válvula não emperrada	Falso negativo	Está emperrada
Gire a válvula 1 para 5	Impreciso	Correto é 5.4
Válvula 1 ajustada em 7.5	Erro sistemático	Descalibrado

Redes Bayesianas

Redes Bayesianas

- São Sistemas Especialistas Probabilísticos
- Técnica da Inteligência Artificial que emula o raciocínio lógico probabilístico
- Exemplo:
 - A probabilidade de eu estar com meningite é $1/50.000$
 - Em 50% das vezes que se tem meningite, a pessoa fica com rigidez no pescoço.
 - Se estou com rigidez no pescoço, tenho 50% de chance de estar com meningite?
 - **NÃO!!!!**

Problema

- Imagine um teste para detecção de câncer com acurácia de 90%
 - Ou seja, o teste acerta em 90% das vezes, tanto que tem, como não tem câncer
- **Pergunta:** Se uma pessoa foi diagnosticada com câncer, qual a probabilidade dela ter realmente o câncer?
- **Resposta:** 90%, pois acurácia do teste é 90%. Certo?

Problema

- Imagine um teste para detecção de câncer com acurácia de 90%
 - Ou seja, o teste acerta em 90% das vezes, tanto que tem, como não tem câncer
- **Pergunta:** Se uma pessoa foi diagnosticada com câncer, qual a probabilidade dela ter realmente o câncer?
- **Resposta:** 90%, pois acurácia do teste é 90%. Certo?

ERRADO!

Problema

- Falta uma informação para poder responder
 - Qual a porcentagem da população têm câncer
- Brasil em 2020
 - População: 212.6 milhões de habitantes
 - Novos casos de câncer: 19.3 milhões de habitantes
 - O que dá aproximadamente 0,9% da população
 - $x\% \leftrightarrow 19.3 \text{ milhões}$
 - $100\% \leftrightarrow 212.6 \text{ milhões}$
 - Logo, $x\% = 19.3 * 100 / 212.6 = 0.908\%$

- FONTE: <https://realinstitutodeoncologia.com.br/os-dados-sobre-cancer-no-mundo-e-no-brasil-em-2020-e-projecao-para-2040-dados-do-globocan>

Problema

- Para facilitar nossos cálculos vamos pegar
 - uma pequena amostra da população para fazer o teste (1000 pessoas)
 - Arredondar a população com câncer para 1%
- Se 1% da amostragem têm câncer
 - Das 990 que **não tem**:
 - 99% foram diagnosticadas que não tem: 891 (ACERTO)
 - **1% foram diagnosticadas que tem: 99 (ERRO)**
 - Das 10 que **tem**:
 - **99% foram diagnosticadas que tem: 9 (ACERTO)**
 - 1% foram diagnosticadas que não tem 1 (ERRO)
 - **Veja que** os falsos positivos (99) é maior do que a quantidade de pessoas que realmente tem câncer

Problema

- Então, quantas ao total foram diagnosticadas com câncer:
 - 99 (falsos positivos) + 9 (positivos) = **108**
- Contudo, das diagnosticadas, quantas realmente tem câncer?
 - Das 990, somente 9 de fato têm câncer
- Logo, se a pessoa foi diagnosticada com câncer, a probabilidade de ter câncer é **$9 / 108 = 8,3\%$**
- **Ou seja**, se a pessoa foi diagnosticada com câncer, ela só tem 8,3% de chance de realmente ter câncer

Teorema de Bayes

Redes Bayesianas

Teorema de Bayes - 1763

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

- Sendo que A e B são eventos e $P(B)$ é diferente de zero.
- Lê-se:
 - $P(A|B)$: probabilidade de A ocorrer tal que B acontece
 - $P(B|A)$: probabilidade de B ocorrer tal que A acontece
 - $P(A)$: probabilidade de A ocorrer
 - $P(B)$: probabilidade de B ocorrer
- Verificação da independência entre eventos:
 - Se $P(A|B) = P(A)$, então A é independente de B

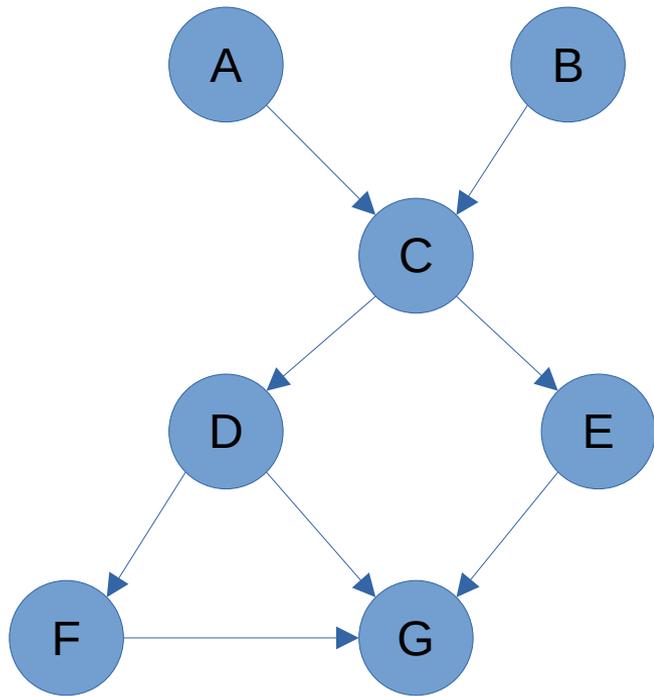
Teorema de Bayes

- A – probabilidade de ter câncer
- B – probabilidade de ser diagnosticado com câncer
 - $P(A|B) = P(B|A) * P(A) / P(B)$
 - $P(B|A) = 0,9 \rightarrow$ acurácia do teste
 - $P(A) = 0,01 \rightarrow$ probabilidade da pessoa ter câncer
 - $P(B) = P(B|A) * P(A) + P(B|\tilde{A}) * P(\tilde{A})$
 - Sendo que \tilde{A} é a probabilidade de não ter câncer
 - $(0,9 * 0,01) + (0,1 * 0,99)$
 - $P(A|B) = 0,9 * 0,01 / (0,9 * 0,01) + (0,1 * 0,99) = 8,3\%$

Redes Casuais

- Uma maneira de estudar uma situação envolvendo raciocínio sobre incertezas é construindo um grafo representando as relações casuais entre os eventos.
- Uma rede Casual consiste de um conjunto de variáveis e um conjunto de elos orientados entre as variáveis.
- Matematicamente é um grafo orientado.
- Redes Bayesianas são redes probabilísticas casuais que podem ser utilizadas na concepção de sistemas Especialistas e Sistemas de Suporte a Decisão.

Redes Bayesianas



- **Sistemas Probabilísticos** baseados no teorema de Bayes
- Probabilidade condicional de um evento A ocorrer, dado que o evento B já ocorreu.
- **Definido por um conjunto de variáveis**
- Cada variável possui um conjunto finito de estados mutuamente exclusivos
- Tabela de probabilidades condicionada para cada variável e seus pais
- Utiliza a Regra da Cadeia de Bayes;
- São Grafos Acíclicos
- Utiliza algoritmos exatos para cálculo de propagação de evidências (algoritmos verossemelhança, junction tree,...);
- Algoritmos aproximados (amostragem de Gibbs..)
- Visualização da rede causal.

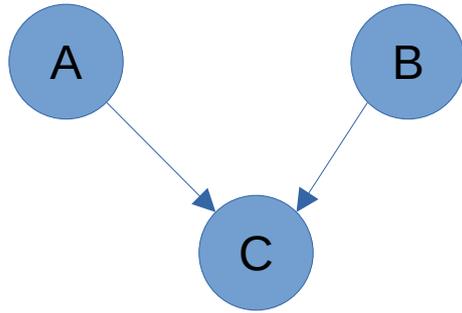
Decomposição da Probabilidade Conjunta

Seja BN uma rede Bayesiana sobre $U = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$. Então, BN especifica uma distribuição de probabilidade conjunta única $P(U)$ dada pelo produto de todas as tabelas de probabilidades condicionadas especificadas em BN por:

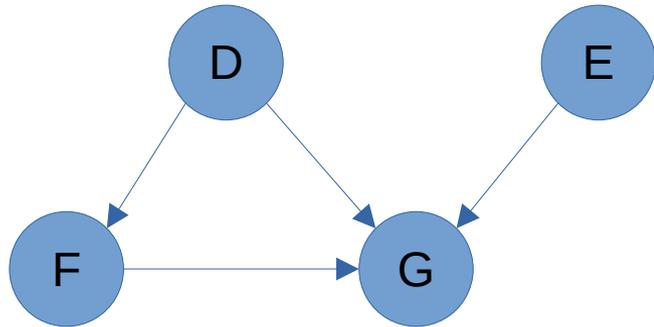
$$P(U) = \prod_{i=1}^n P(A_i | pa(A_i))$$

em que $pa(A_i)$ são os pais de A_i em BN, e $P(U)$ reflete as propriedades de BN

Decomposição da Probabilidade Conjunta



$$P(A,B,C) = P(A) * P(B) * P(C|A,B)$$



$$P(D,E,F,G) = P(E) * P(D) * P(F|E) * P(G|D,E,F)$$

Ferarmentas de Modelos de Redes Bayesianas

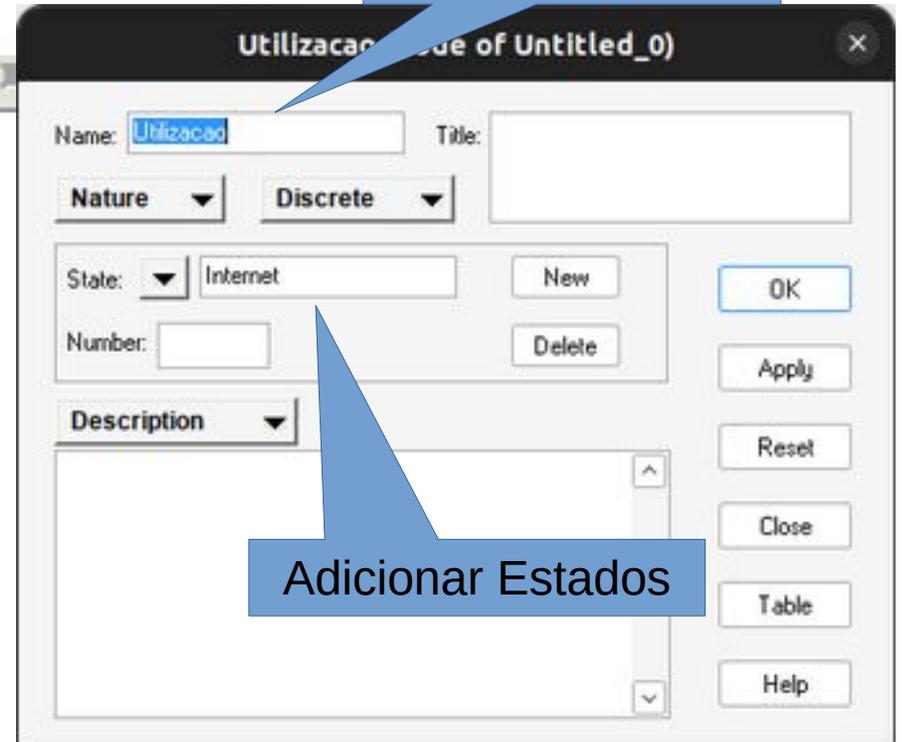
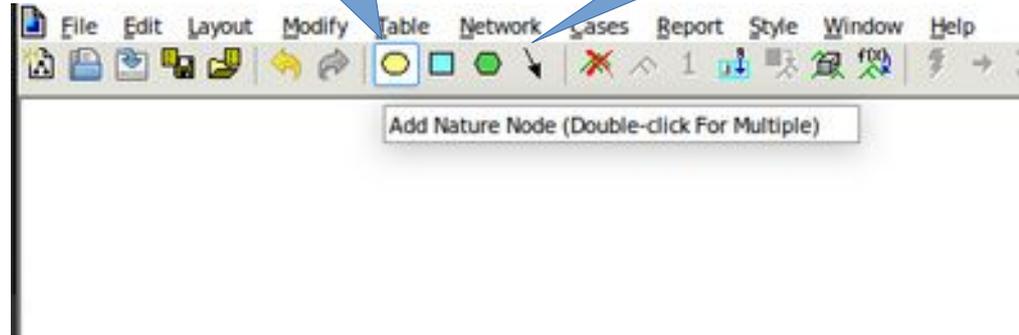
- Shells:
 - Netica, Genie, Hugin, JavaBayes
- Bibliotecas:
 - E-Bayes (java)
 - JSMILE / SMILE (Java / C++)
- Download Netica
 - <https://www.norsys.com/download.html>

Netica

Criação de Nó

Conectar Nós

Nome do Nó



Netica – Exemplo: recomendação de processador

Utilizacao	
Internet	16.7
Programacao	16.7
Imagens	16.7
Jogos	16.7
Video	16.7
Escritorio	16.7

Peso	
Alto	33.3
Medio	32.5
Baixo	34.2

Processador	
Celeron	2.50
Aton	2.50
i5	10.0
i3	5.00
i7	30.0
Xeon	50.0

Clicar com o botão direito para acessar a Tabela de ajustes

Tabela Peso

Node:

Utilizacao	Alto	Medio	Baixo
Internet	5	10	85
Programacao	10	15	75
Imagens	20	60	20
Jogos	15	70	15
Video	80	15	5
Escritorio	70	25	5

Tabela Processador

Node: **Processador** ▼

Apply

OK

Chance ▼

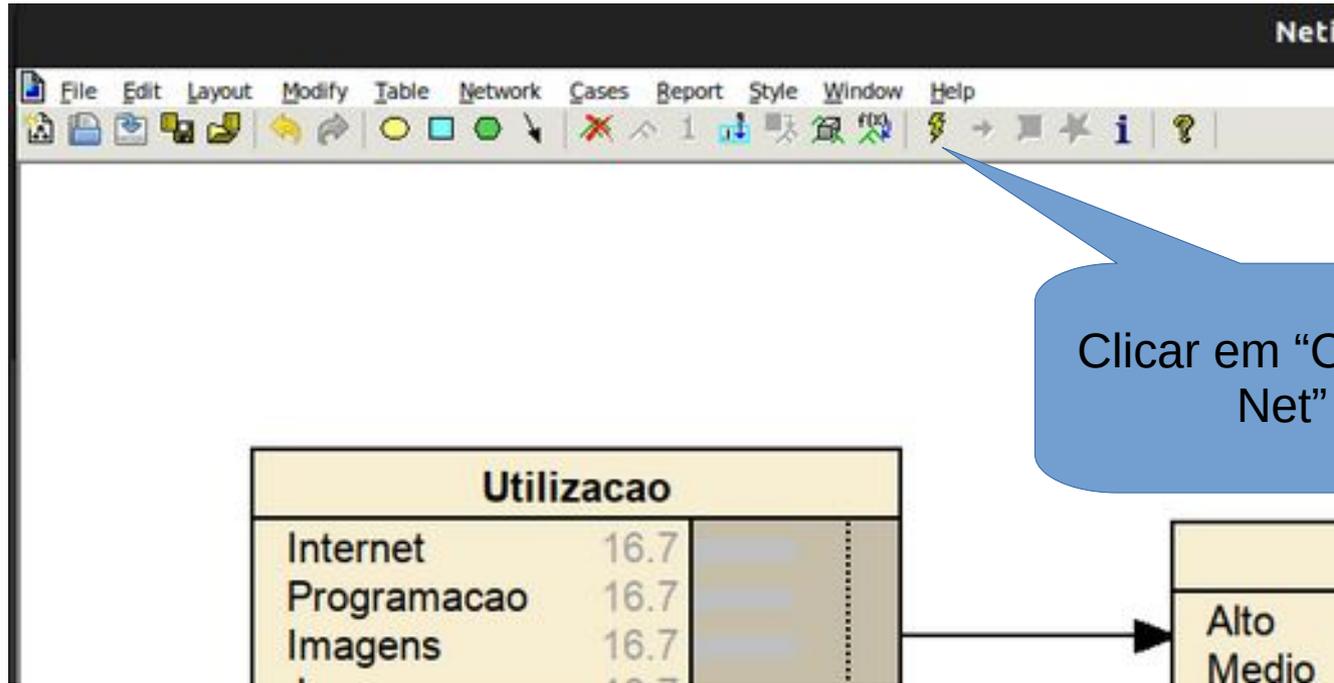
% Probability ▼

Reset

Close

Peso	Celeron	Aton	i5	i3	i7	Xeon
Alto	2.5	2.5	10	5	30	50
Medio	5	10	40	40	5	0
Baixo	40	30	5	15	10	0

Compliar



The screenshot shows the Neti software interface. The menu bar includes File, Edit, Layout, Modify, Table, Network, Cases, Report, Style, Window, and Help. The toolbar contains various icons, including a lightning bolt icon representing 'Compile Net'. A blue callout bubble points to this icon with the text 'Clicar em "Compile Net"'. Below the toolbar, there is a table titled 'Utilizacao' and a diagram element labeled 'Alto Medio'.

Utilizacao	
Internet	16.7
Programacao	16.7
Imagens	16.7

Alto Medio

Execução

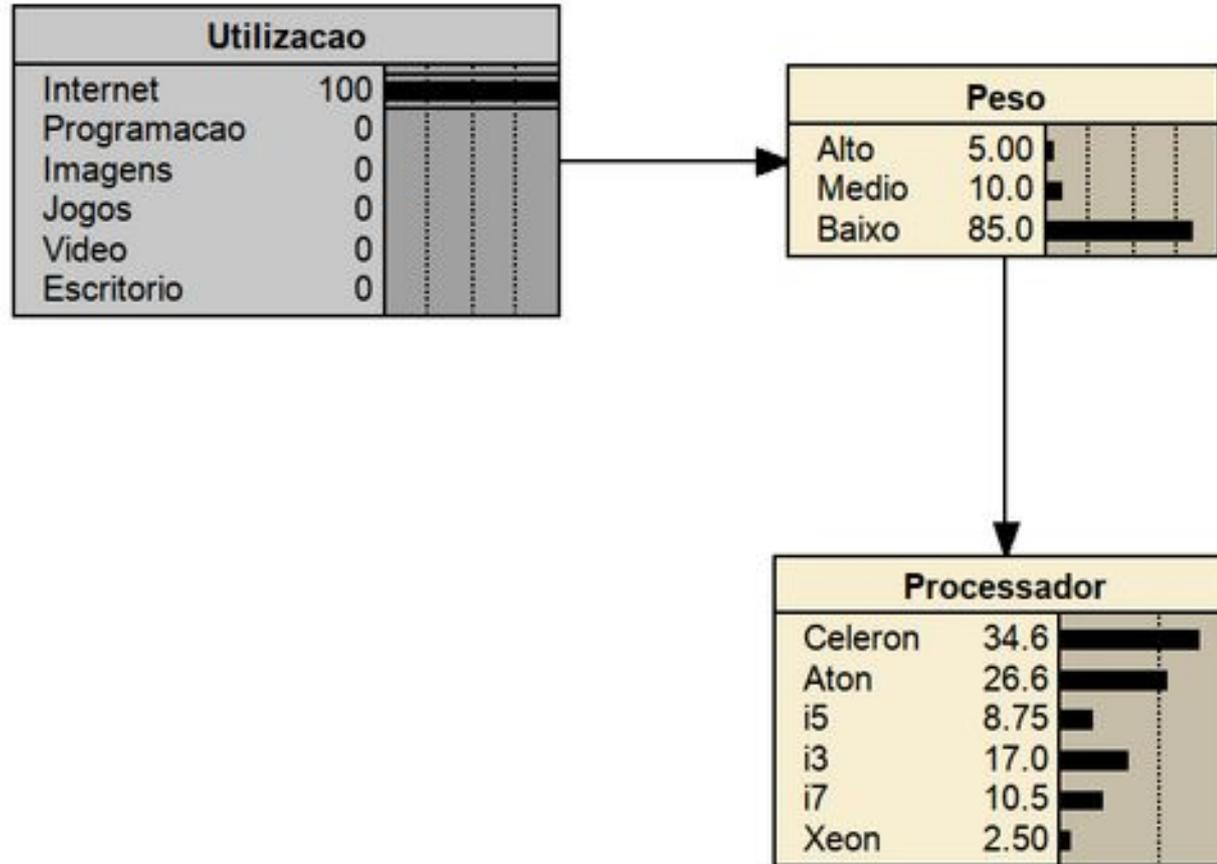
Utilizacao		
Internet	16.7	██████████
Programacao	16.7	██████████
Imagens	16.7	██████████
Jogos	16.7	██████████
Video	16.7	██████████
Escritorio	16.7	██████████

Peso		
Alto	33.3	██████████
Medio	32.5	██████████
Baixo	34.2	██████████

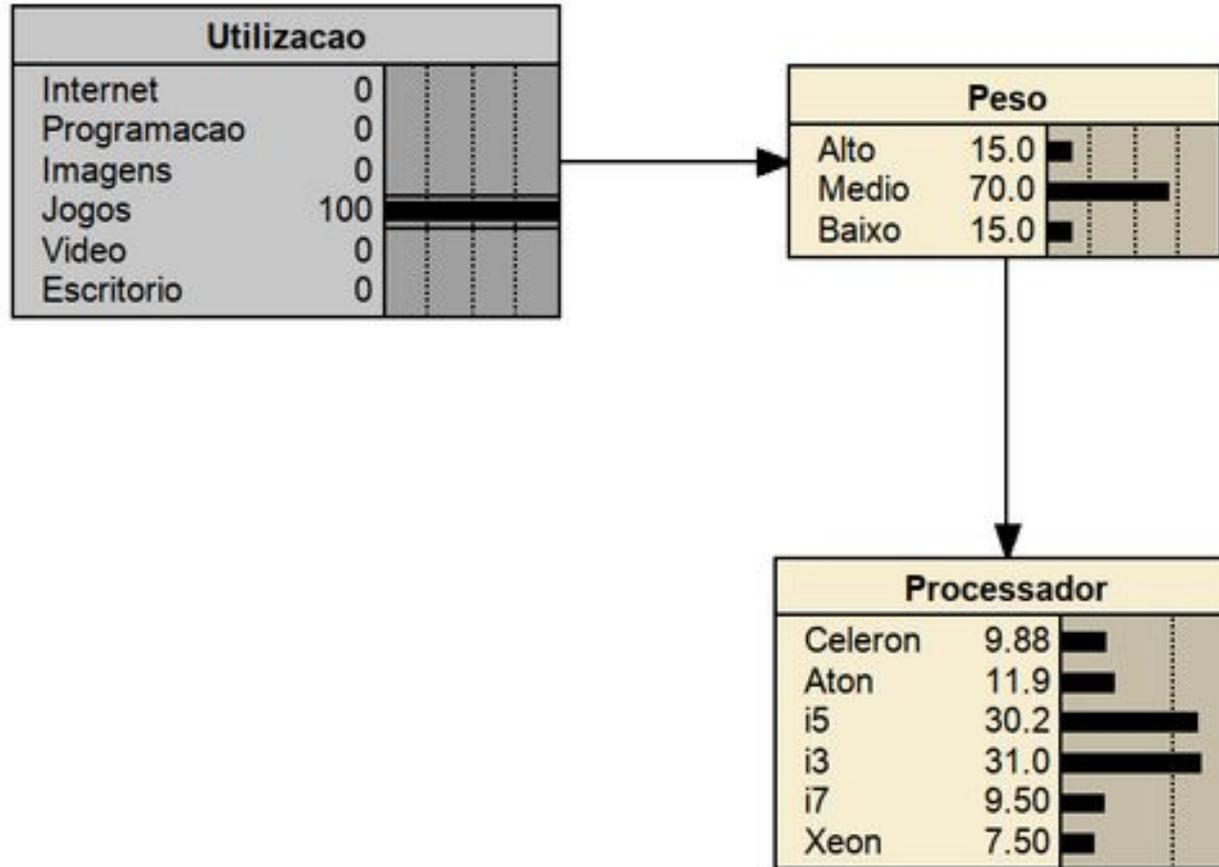
Processador		
Celeron	16.1	██████████
Aton	14.3	██████████
i5	18.0	██████████
i3	19.8	██████████
i7	15.0	██████████
Xeon	16.7	██████████

Selecionar o campo de Utilização para receber a recomendação de processador.

Execução



Execução



Redes Bayesianas

Prof. Dr. Saulo Popov Zambiasi

saulopz@gmail.com