

CAPÍTULO 4 CIRCUITOS COMBINACIONAIS

- Soma de produtos e produto de somas
- Simplificação algébrica
- Mintermos e maxtermos
- Simplificação Algébrica
- Projeto de circuitos lógicos combinacionais
- Mapas de Karnaugh
- Exercícios
- Portas XOR (Ou Exclusivo)
- Portas XNOR (Ou Exclusivo Negado)
- Gerador e Verificador de Paridade
- Circuitos para habilitar e desabilitar
- MUXES e DEMUXES

Introdução

- São constituídos por uma combinação de portas lógicas.
- Nos circuitos lógicos combinacionais, o nível lógico da saída é uma combinação dos níveis lógicos presentes nas entradas.
- São circuitos **sem** características de **memória**.
- Suas saídas dependem **apenas** dos valores atuais das entradas.



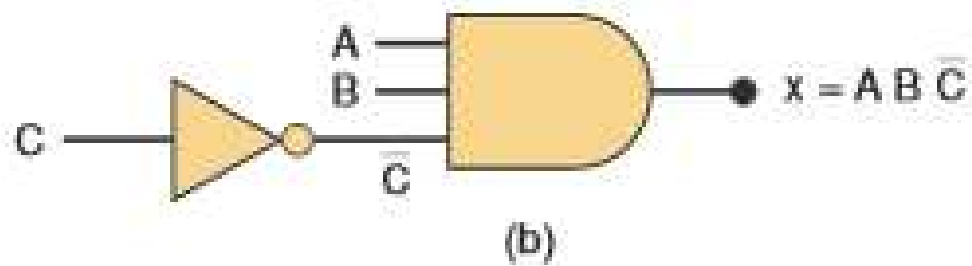
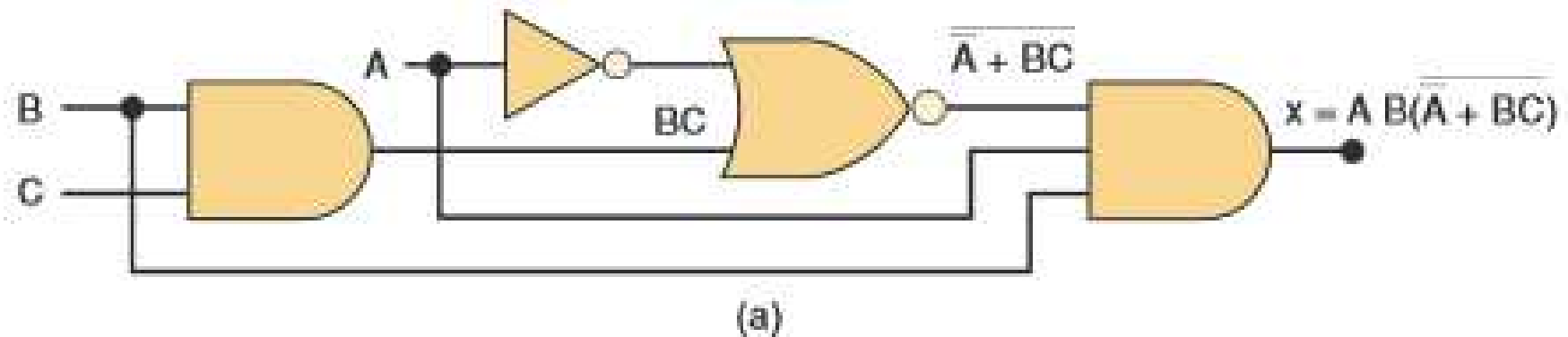
Soma de produtos e produto de somas

- Os métodos de simplificação de circuitos que estudaremos requerem que a expressão lógica seja escrita na forma de **soma de produtos**
- Ex:
 1. $ABC + \bar{A}B\bar{C}$
 2. $AB + \bar{A}B\bar{C} + \bar{C}\bar{D} + D$
 3. $\bar{A}B + C\bar{D} + EF + GK + H\bar{L}$
- Exemplos que **não** estão na forma de soma de produtos:
 1. $\overline{ABC}$
 2. $\overline{RST}$
- A forma de produto de somas também é utilizada. Ex:
 - $(A + \bar{B} + C)(A + C)$

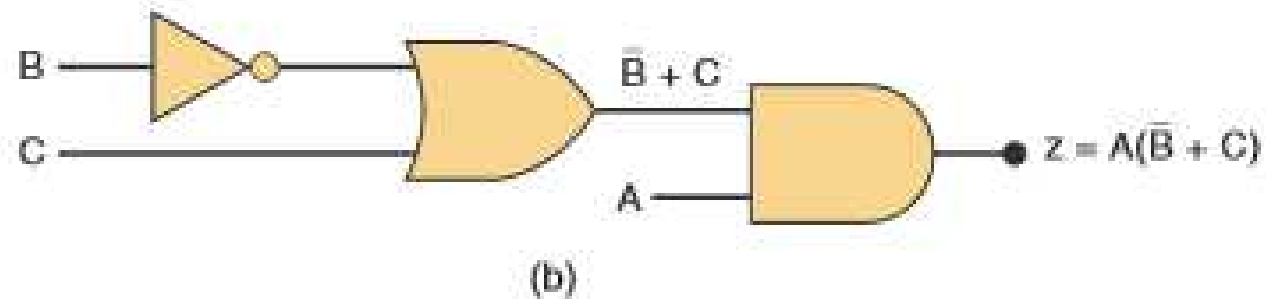
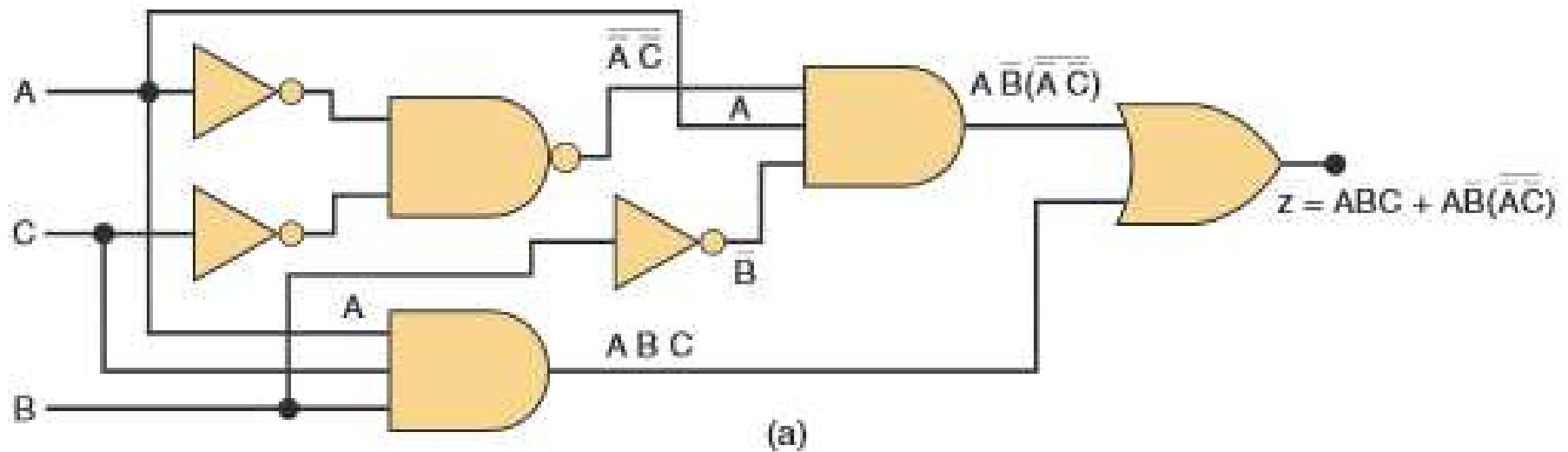
Simplificação Algébrica

- Um método mais simples para se efetuar a simplificação algébrica consiste nos seguintes passos:
 1. Colocar a expressão algébrica na forma de soma de produtos, através da sucessiva aplicação do teorema de Demorgan.
 2. Verificar os termos e identificar os termos em comum, fatorando e tendo em mente os demais teoremas booleanos

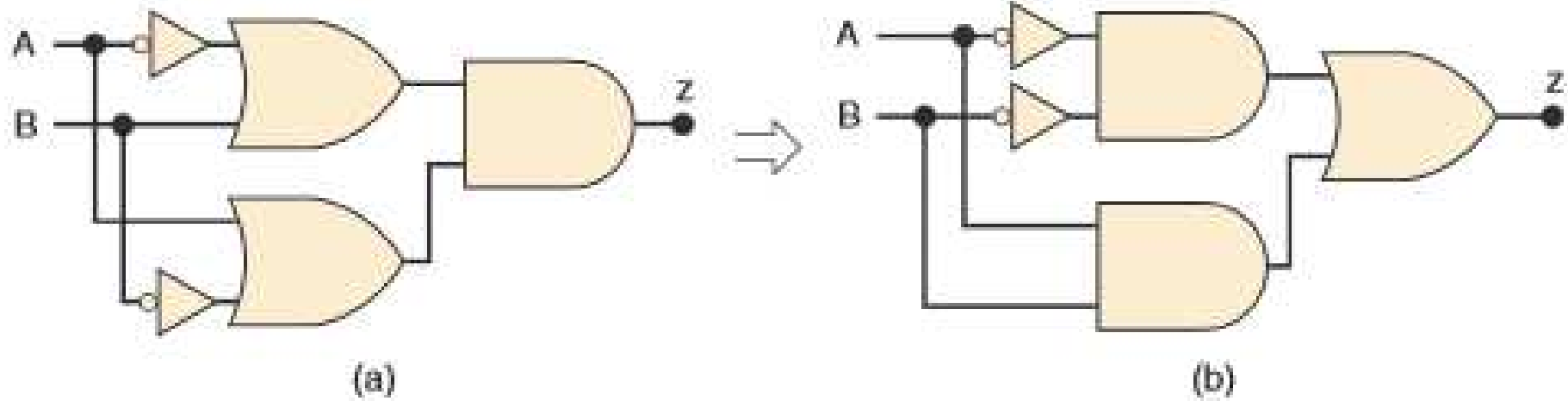
Exemplo 1



Exemplo 2



Exemplo 3



Mintermos e Maxtermos

- Cada termo da soma de produtos é chamada **mintermo**
- Cada termo do produto de somas é chamado **maxtermo**
- São importantes na obtenção da expressão booleana para uma tabela verdade.
- Por exemplo, determine a expressão booleana as tabelas verdade:

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$S = A\bar{B}C$$

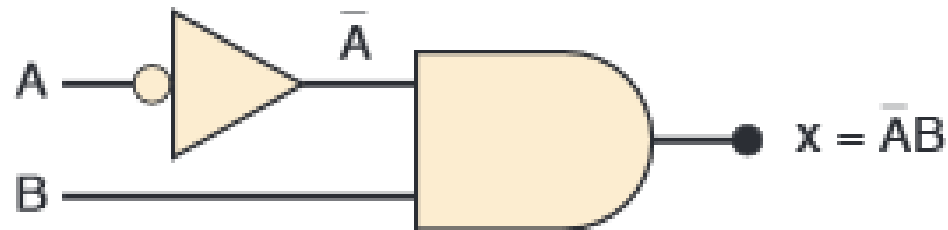
A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$S = (\bar{A} + \bar{B} + C)$$

Projeto de Circuitos Lógicos Combinacionais

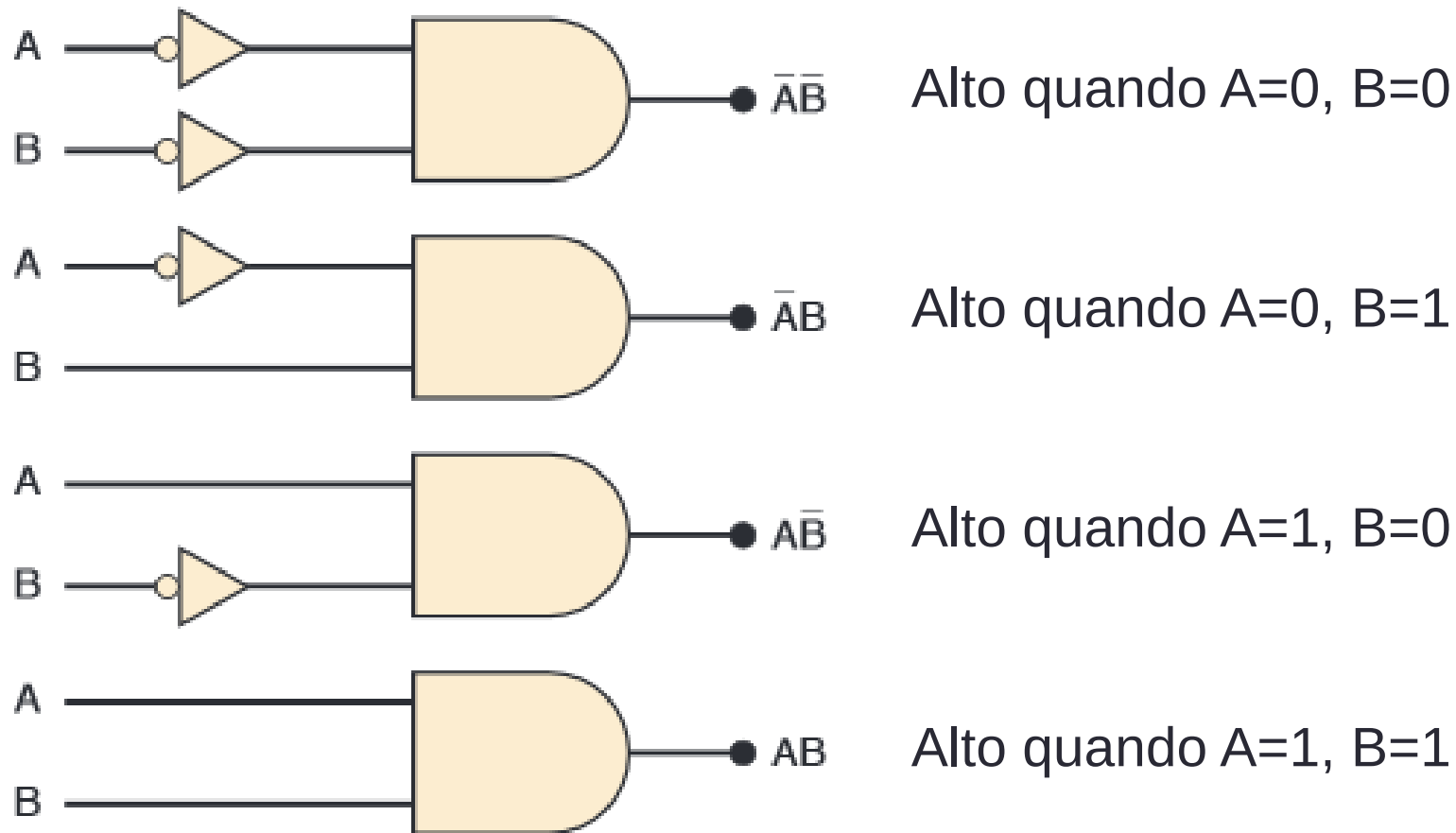
- De posse da tabela verdade, a soma de produtos é um método muito usado para o projeto de circuitos digitais.
- Ex:

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

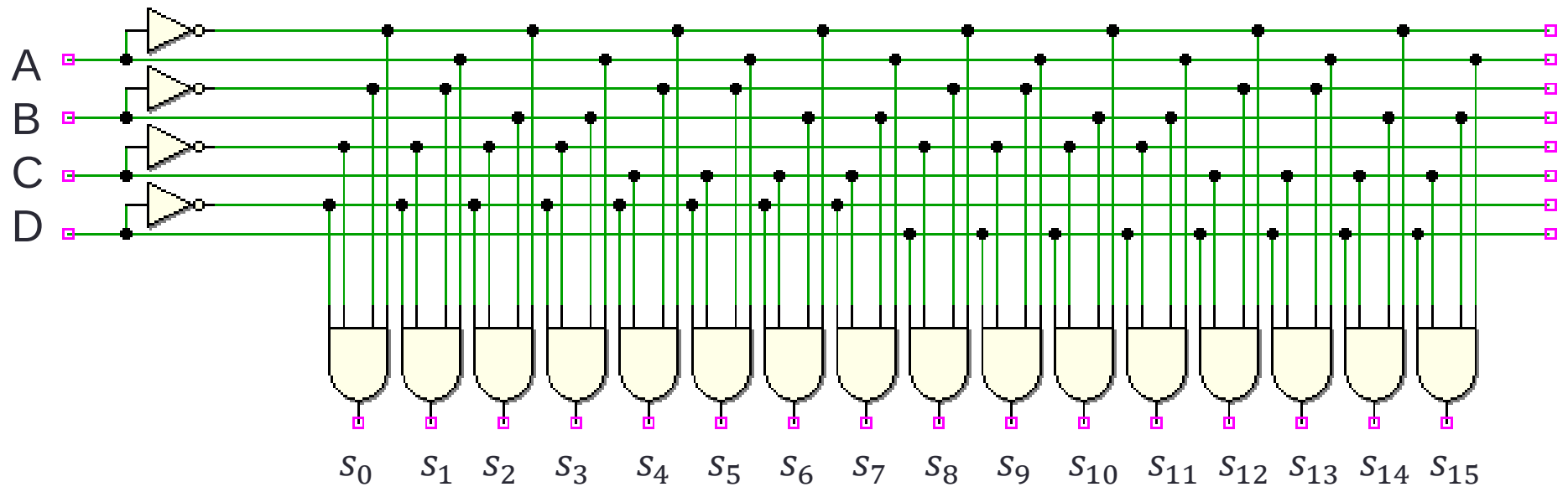


- Para cada uma das saídas que tem nível alto, podemos gerar um produto (AND) das entradas que produzirá nível alto e combinar todas elas com a operação OR.

Projeto de Circuitos Lógicos Combinacionais

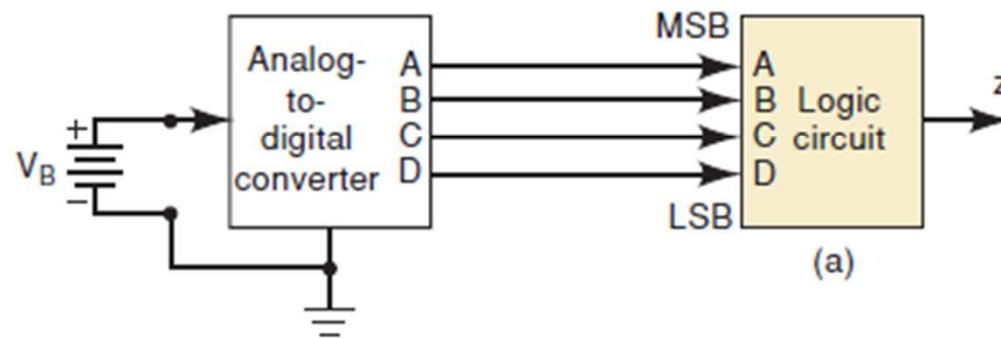


Exemplo já conhecido



Exemplo:

- Projete o circuito que terá a lógica especificada pela tabela verdade dada.



	A	B	C	D	z
(0)	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	0
(2)	0	0	1	0	0
(3)	0	0	1	1	0
(4)	0	1	0	0	0
(5)	0	1	0	1	0
(6)	0	1	1	0	0
(7)	0	1	1	1	1 → $\bar{A}BCD$
(8)	1	0	0	0	1 → $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
(9)	1	0	0	1	1 → $A\bar{B}\bar{C}D$
(10)	1	0	1	0	1 → $A\bar{B}CD$
(11)	1	0	1	1	1 → $A\bar{B}CD$
(12)	1	1	0	0	1 → $AB\bar{C}\bar{D}$
(13)	1	1	0	1	1 → $AB\bar{C}D$
(14)	1	1	1	0	1 → $ABCD$
(15)	1	1	1	1	1 → $ABCD$

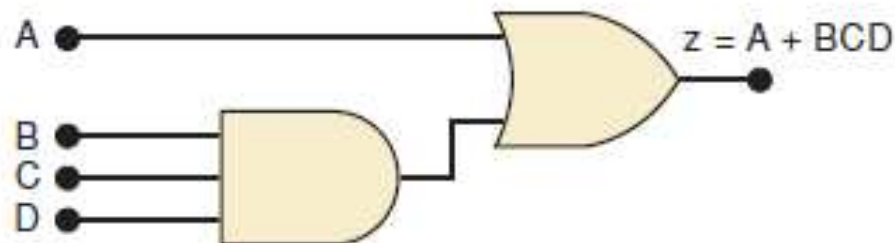
Solução:

$$z = \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D} + ABCD$$

$$\begin{aligned} z &= \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B}\overline{C}(\overline{D} + D) + \overline{A}\overline{B}C(\overline{D} + D) + A\overline{B}\overline{C}(\overline{D} + D) + ABC(\overline{D} + D) \\ &= \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + ABC \\ &= \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B}(\overline{C} + C) + AB(\overline{C} + C) \\ &= \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B} + AB \\ &= \overline{A}BCD + A(\overline{B} + B) \\ &= \overline{A}BCD + A \end{aligned}$$

$$x + \overline{x}y = x + y \quad x = A \quad y = BCD$$

$$z = \overline{A}BCD + A = BCD + A$$



Mapas de Karnaugh

- É uma ferramenta gráfica para a simplificação e projeto de circuitos digitais
- Teoricamente pode ser aplicado em circuitos de qualquer número de entradas, porém a utilidade prática vai até no máximo 6 variáveis.
- Estudaremos casos usando apenas até 4 variáveis. Com 5 e 6 variáveis são complicados a ponto de requererem um software para sua execução
- O mapa de Karnaugh é como a tabela verdade, porém em outro formato, que facilita a visualização das redundâncias
- Elimina a dificuldade do exemplo anterior da expressão ser muito grande

Mapas de Karnaugh

- O mapa de Karnaugh tem as colunas e linhas nomeadas de forma que sempre diferem somente em uma variável.
- Por exemplo, o quadrado com $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$ está ao lado do quadrado $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$. Apenas a variável D é diferente

A	B	X
0	0	1 → $\bar{A}\bar{B}$
0	1	0
1	0	0
1	1	1 → AB

$$\left\{ x = \bar{A}\bar{B} + AB \right\}$$

(a)

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	0
A	0	1

A	B	C	X
0	0	0	1 → $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	1 → $\bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	1 → $\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1 → $AB\bar{C}$
1	1	1	0

$$\left\{ X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} \right\}$$

(b)

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	0

A	B	C	D	X
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1 → $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1 → $\bar{A}B\bar{C}D$
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1 → $AB\bar{C}D$
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1 → $ABCD$

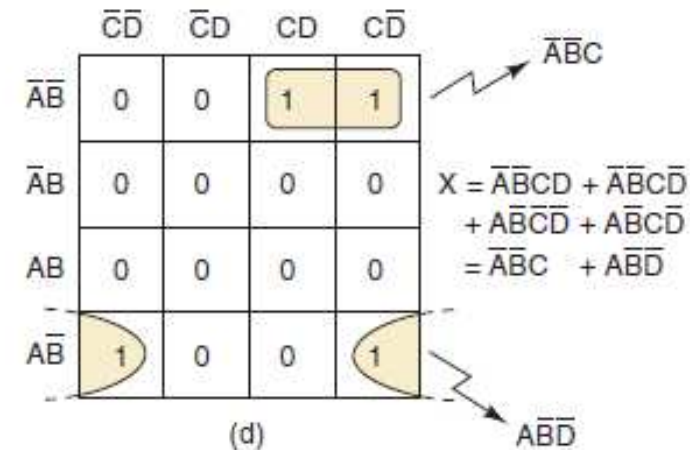
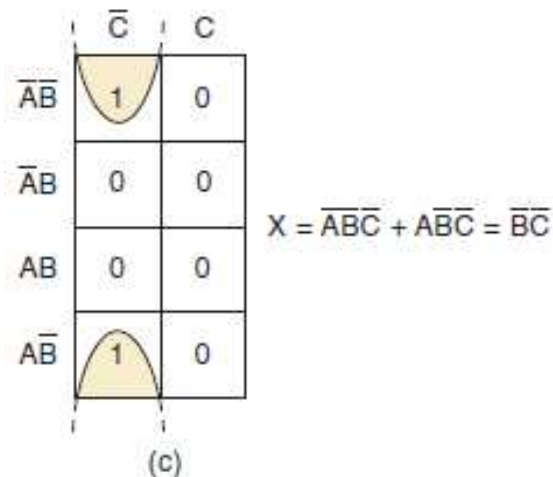
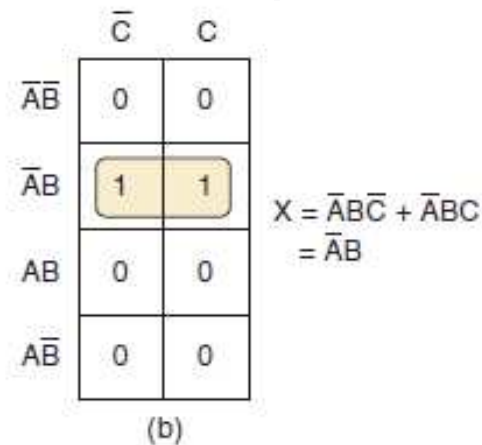
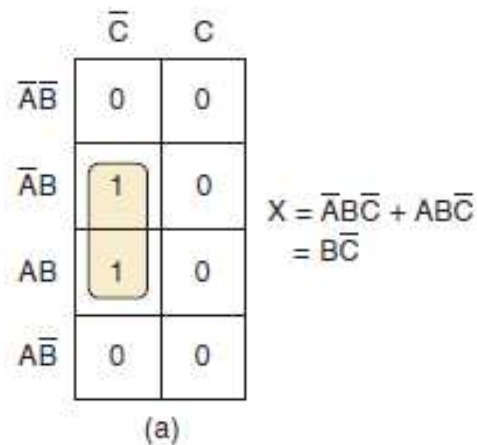
$$\left\{ X = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + AB\bar{C}D + ABCD \right\}$$

(c)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

Mapas de Karnaugh

Circulando grupos de 2: Elimina uma variável que aparece barrada e não barrada multiplicando um termo



Mapas de Karnaugh

Circulando grupos de 4: Elimina duas variáveis que aparecem barradas e não barradas multiplicando um termo

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	0	1
$\bar{A}B$	0	1
AB	0	1
$A\bar{B}$	0	1

(a) $X = C$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	1	1	1	1
$A\bar{B}$	0	0	0	0

(b) $X = AB$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

(c) $X = BD$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

(d) $X = A\bar{D}$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	0	1

(e) $X = \bar{B}\bar{D}$

Mapas de Karnaugh

Circulando grupos de 8: Elimina três variáveis que aparecem barradas e não barradas multiplicando um termo

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	1	1	1	1
AB	1	1	1	1
$A\bar{B}$	0	0	0	0

$$X = B$$

(a)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	0	0
$\bar{A}B$	1	1	0	0
AB	1	1	0	0
$A\bar{B}$	1	1	0	0

$$X = \bar{C}$$

(b)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	1	1	1

$$X = \bar{B}$$

(c)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
AB	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

$$X = \bar{D}$$

(d)

Exemplos

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0 ₁	0 ₂	0 ₃	1 ₄
$\bar{A}B$	0 ₅	1 ₆	1 ₇	0 ₈
AB	0 ₉	1 ₁₀	1 ₁₁	0 ₁₂
$A\bar{B}$	0 ₁₃	0 ₁₄	1 ₁₅	0 ₁₆

(a)

$$X = \underbrace{\bar{A}\bar{B}C\bar{D}}_{\text{loop 4}} + \underbrace{ACD}_{\text{loop 11, 15}} + \underbrace{BD}_{\text{loop 6, 7, 10, 11}}$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0 ₁	0 ₂	1 ₃	0 ₄
$\bar{A}B$	1 ₅	1 ₆	1 ₇	1 ₈
AB	1 ₉	1 ₁₀	0 ₁₁	0 ₁₂
$A\bar{B}$	0 ₁₃	0 ₁₄	0 ₁₅	0 ₁₆

(b)

$$X = \underbrace{\bar{A}B}_{\text{loop 5, 6, 7, 8}} + \underbrace{B\bar{C}}_{\text{loop 5, 6, 9, 10}} + \underbrace{\bar{A}CD}_{\text{loop 3, 7}}$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0 ₁	1 ₂	0 ₃	0 ₄
$\bar{A}B$	0 ₅	1 ₆	1 ₇	1 ₈
AB	1 ₉	1 ₁₀	1 ₁₁	0 ₁₂
$A\bar{B}$	0 ₁₃	0 ₁₄	1 ₁₅	0 ₁₆

(c)

$$X = \underbrace{A\bar{B}\bar{C}}_{9, 10} + \underbrace{\bar{A}\bar{C}D}_{2, 6} + \underbrace{\bar{A}BC}_{7, 8} + \underbrace{ACD}_{11, 15}$$

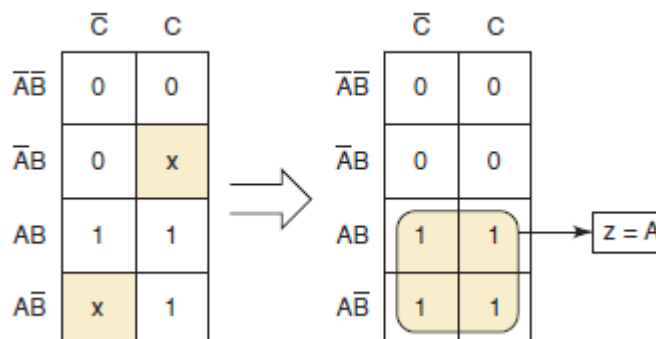
Mapas de Karnaugh

- Condições irrelevantes (Don't care)
- Projete o circuito digital para a seguinte tabela verdade:

A	B	C	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	x
1	0	0	x
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

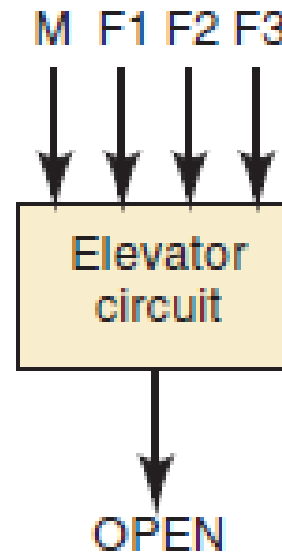
} "don't
care"

- Solução:



Exemplo

Vamos projetar um circuito digital para o controle da porta de um elevador de um prédio de três pavimentos (térreo, 1º e 2º andares). O circuito terá 4 entradas: M, F1, F2 e F3. A variável M indica se o elevador está se movendo (M=1) ou parado (M=0). As variáveis F indicam se o elevador está alinhado com um dos três pisos. Por exemplo, se F1=1, o elevador está alinhado com o térreo. Se F2=1, o elevador está alinhado com o 1º andar. E se F3=1, está alinhado com o 2º andar. Qual deve ser o circuito para abrir a porta?



M	F1	F2	F3	OPEN
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	X
0	1	1	0	X
0	1	1	1	X
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	X
1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

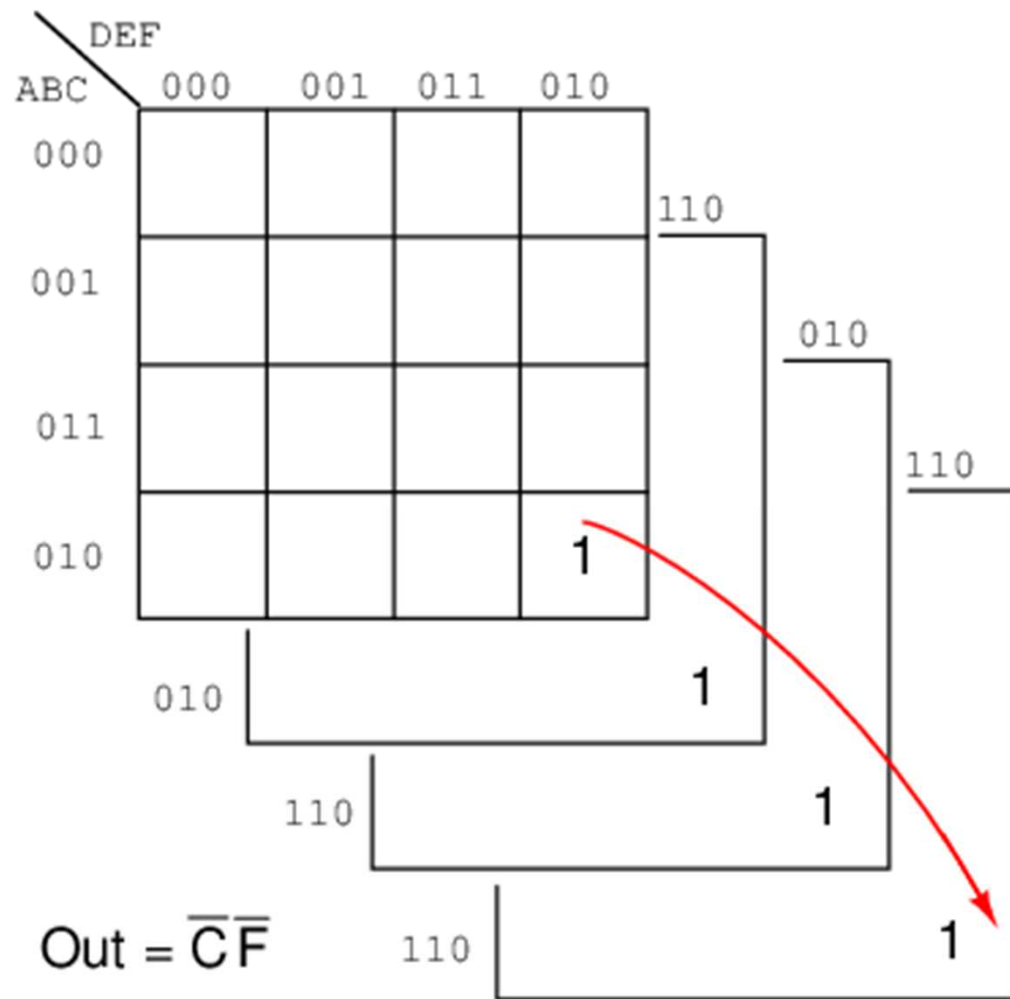
Solução

	$\overline{F_2}\overline{F_3}$	$\overline{F_2}F_3$	F_2F_3	$F_2\overline{F_3}$
$\overline{M}\overline{F_1}$	0	1	X	1
$\overline{M}F_1$	1	X	X	X
$M\overline{F_1}$	0	X	X	X
$M\overline{F_1}$	0	0	X	0

	$\overline{F_2}\overline{F_3}$	$\overline{F_2}F_3$	F_2F_3	$F_2\overline{F_3}$
$\overline{M}\overline{F_1}$	0	1	1	1
$\overline{M}F_1$	1	1	1	1
$M\overline{F_1}$	0	0	0	0
$M\overline{F_1}$	0	0	0	0

$$OPEN = \overline{M} (F_1 + F_2 + F_3)$$

Mapas de Karnaugh para 5 e 6 variáveis



Não cai na prova!

Exercícios

1. Determine as expressões booleanas mínimas para os mapas de Karnaugh abaixo.

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	1	1	0	0
AB	0	0	0	1
$A\bar{B}$	0	0	1	1

(a)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	1	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	1	1

(b)

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	0	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	1	X

(c)

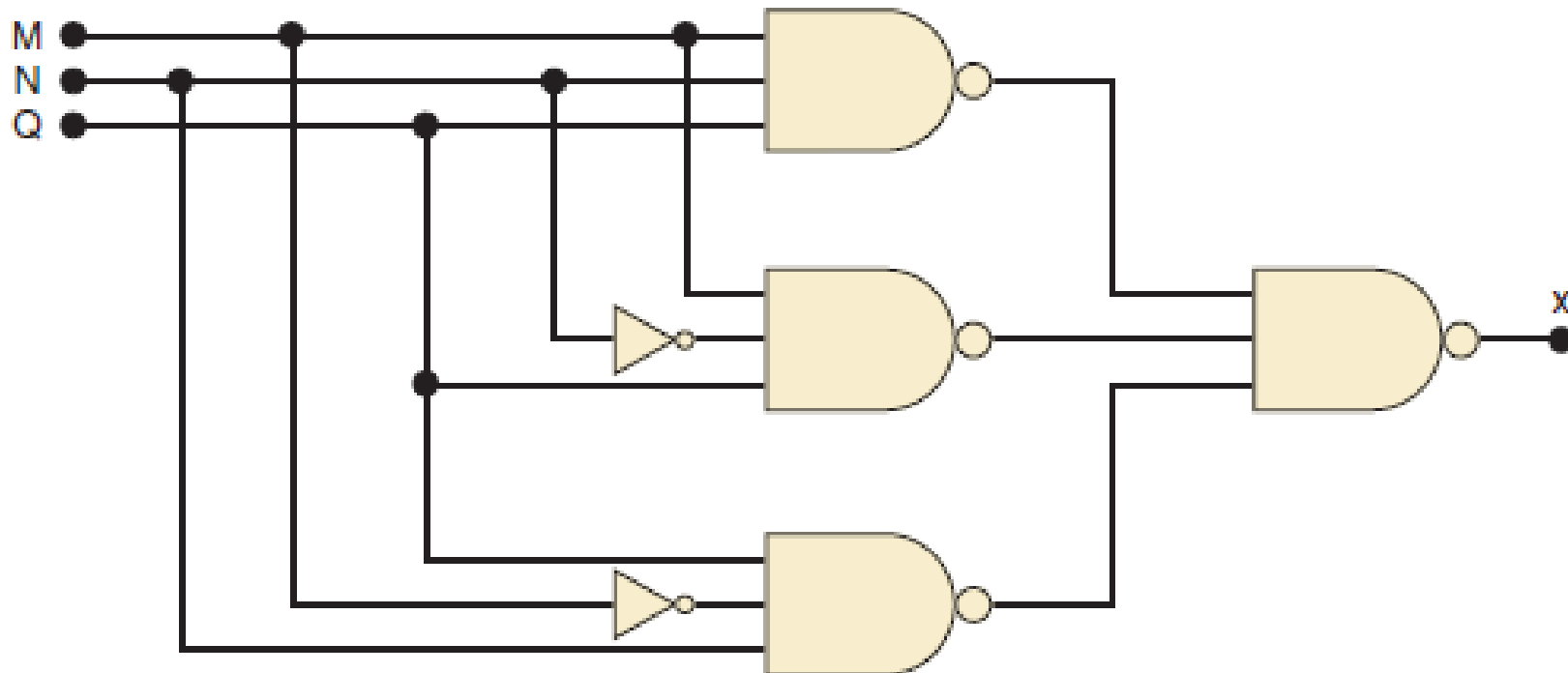
Exercícios

2. Projete o circuito digital correspondente à tabela verdade abaixo utilizando a soma de produtos não simplificada. Em seguida redesenhe o circuito aplicando a simplificação com mapa de Karnaugh.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>x</i>
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

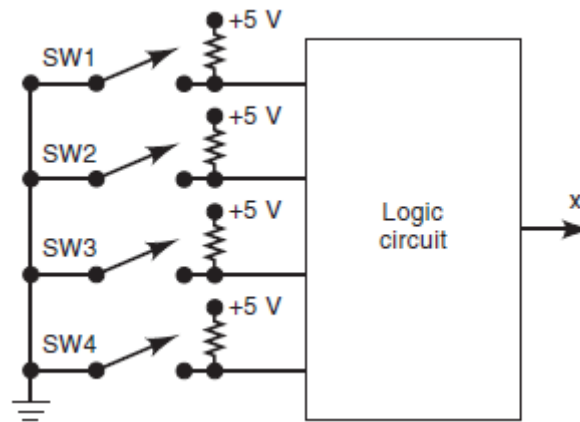
Exercícios

3. Simplifique o circuito abaixo utilizando a álgebra booleana. Em seguida utilizando mapa de Karnaugh.



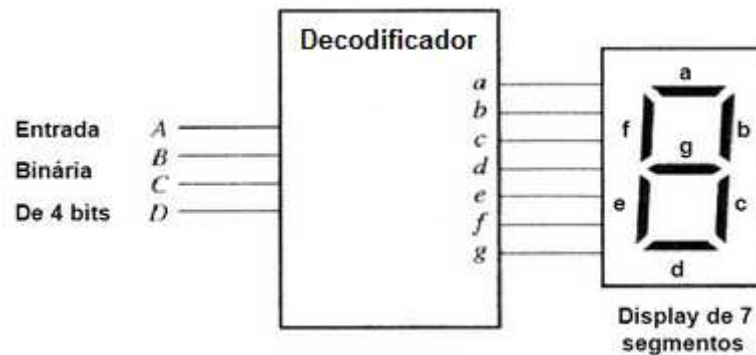
Exercícios

4. A figura mostra 4 chaves SW1, SW2, SW3 e SW4 que fazem parte de uma máquina copiadora. As chaves estão dispostas no caminho por onde o papel passa. São normalmente abertas e quando o papel passa por uma chave, ela fecha contato. Devido ao comprimento do papel, é impossível que o papel esteja passando ao mesmo tempo por SW1 e SW4. Projete um circuito que tenha na saída nível lógico alto sempre que duas ou mais chaves estiverem fechadas.



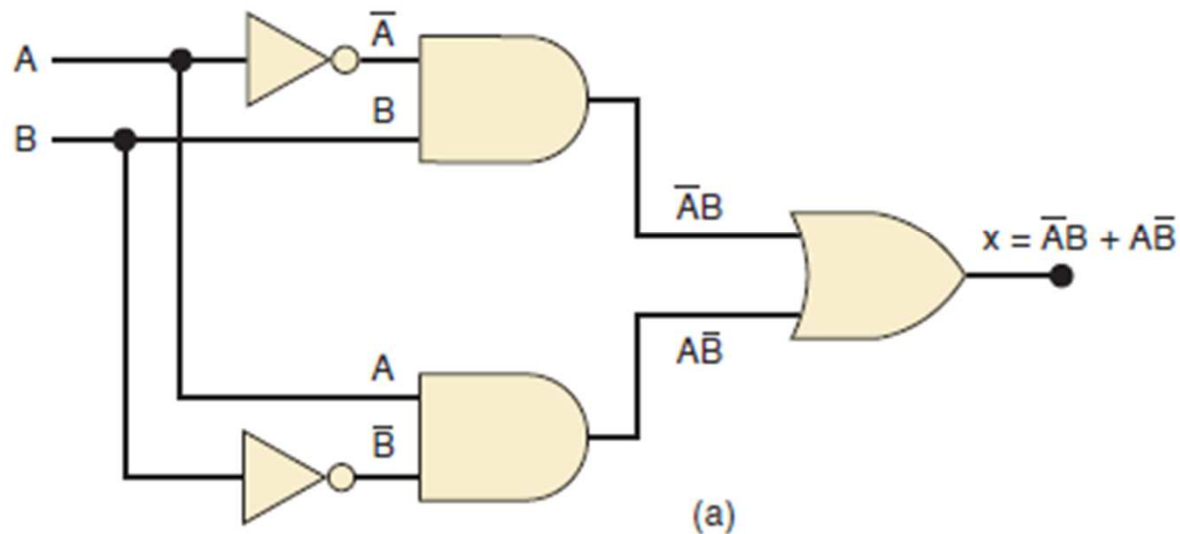
Exercícios

5. Projete um decodificador binário de 4 entradas para display de sete segmentos, conforme abaixo.



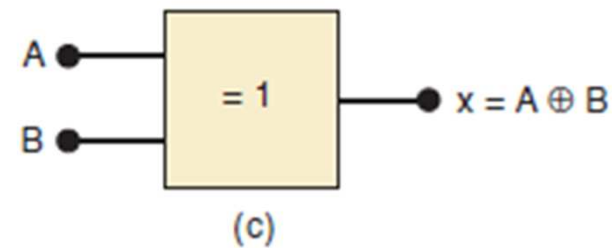
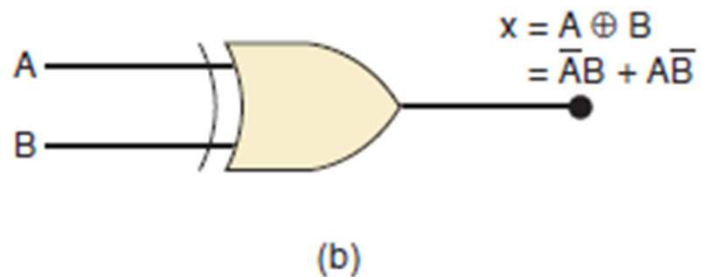
Portas XOR (Ou Exclusivo)

$$x = \bar{A}B + A\bar{B}$$

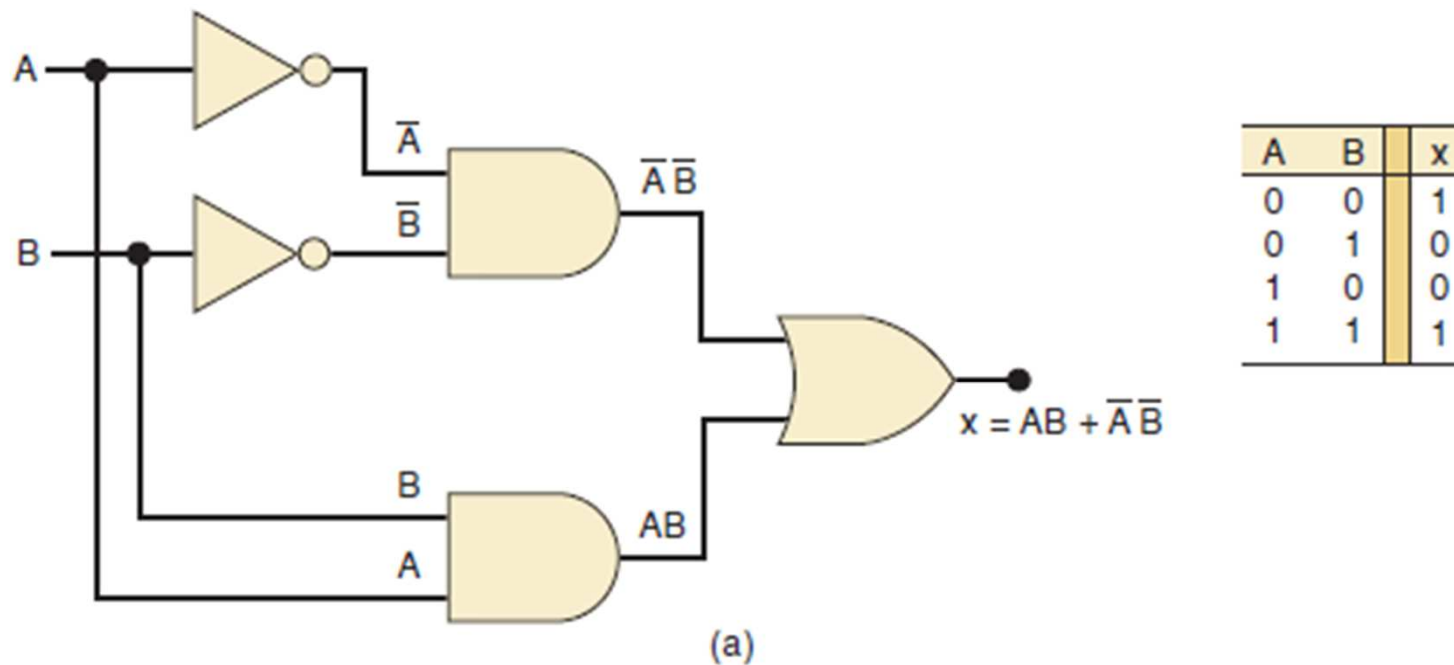


A	B	x
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

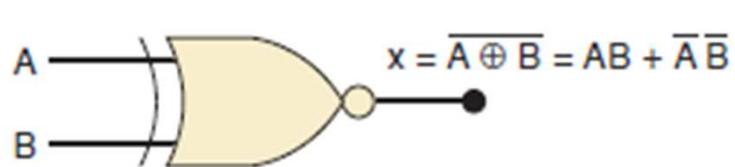
XOR gate symbols



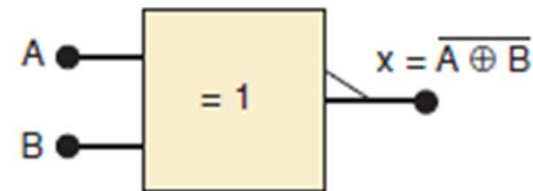
Portas XNOR (Ou Exclusivo Negado)



XNOR gate symbols

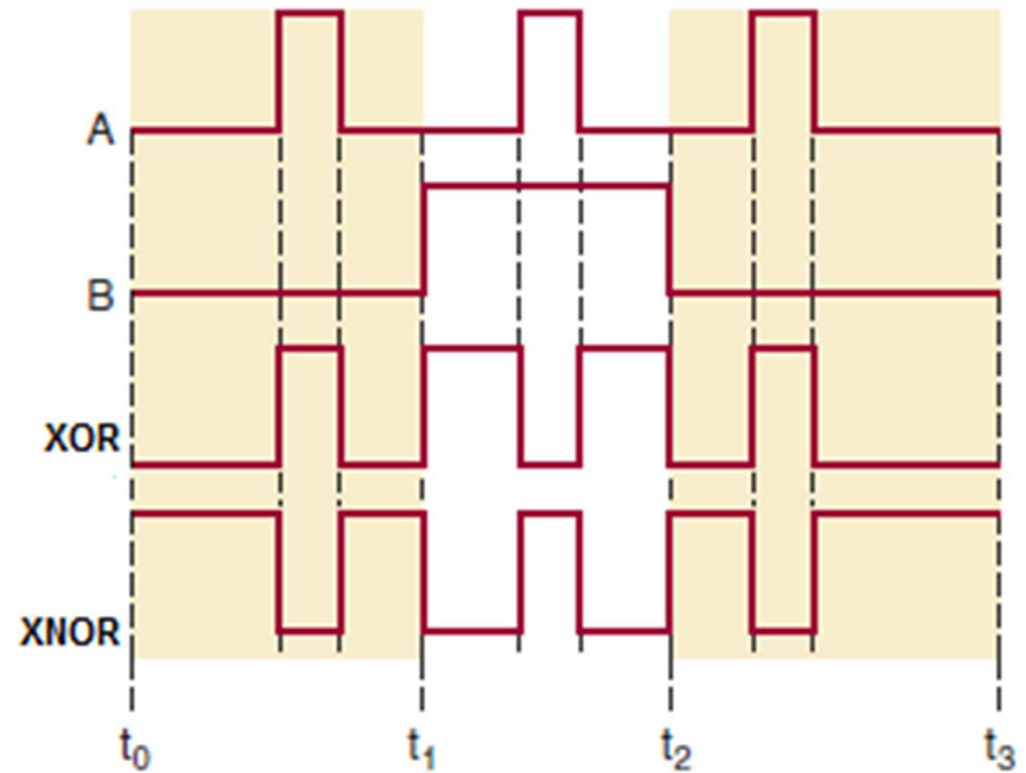
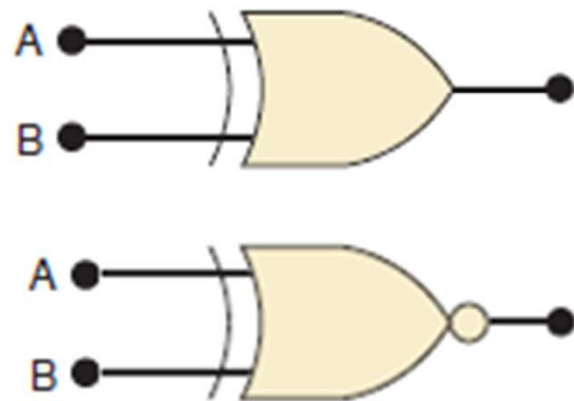


(b)



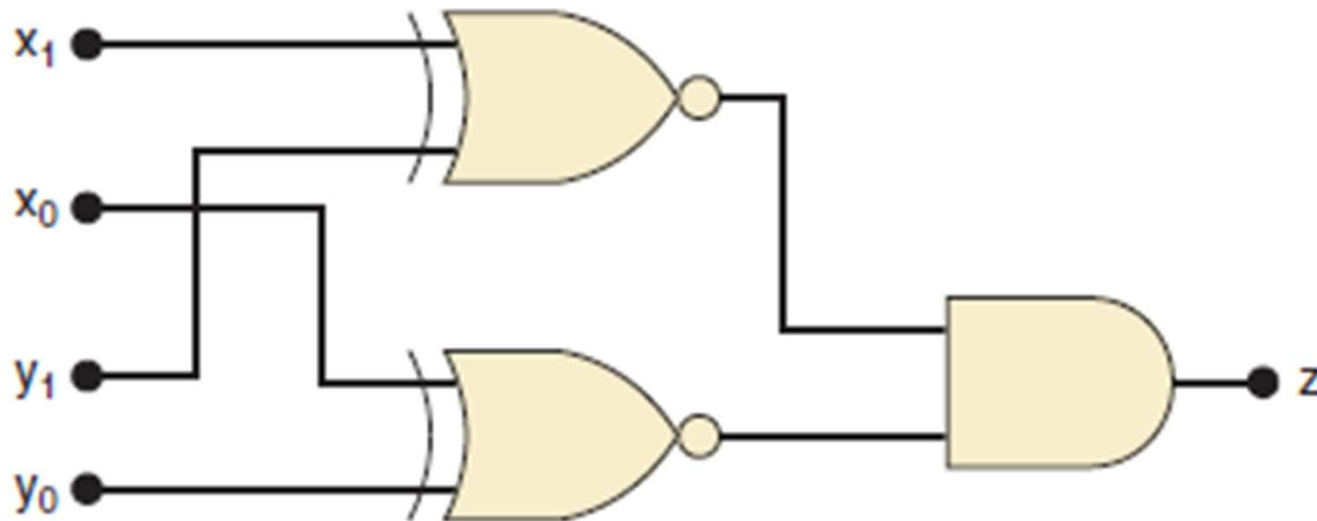
(c)

XOR e XNOR



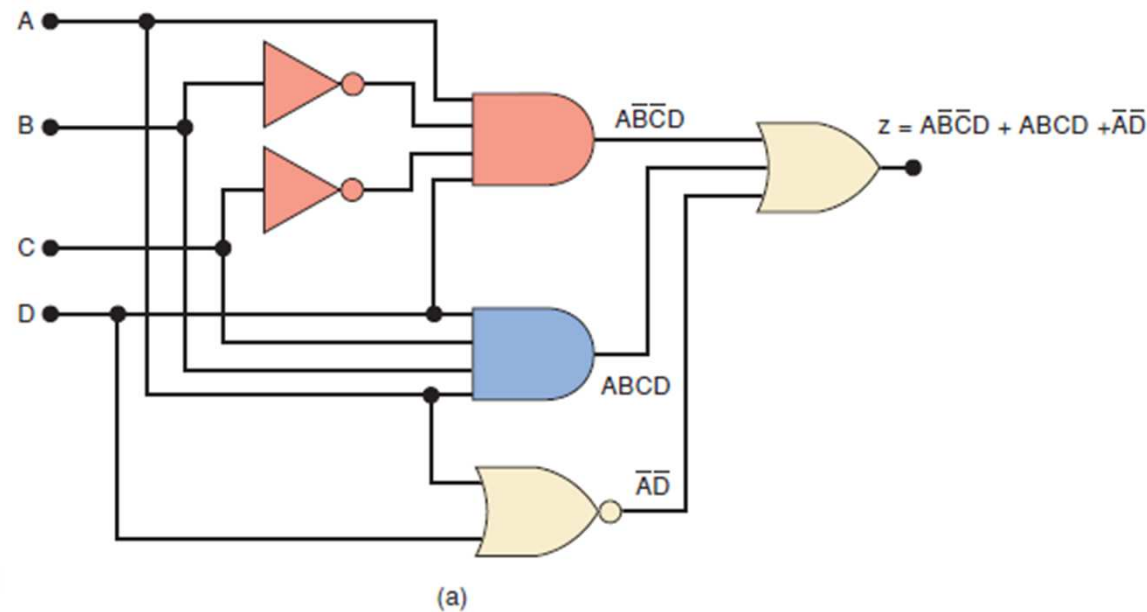
Exemplo

A notação x_1x_0 representa um número binário de dois bits que pode ter qualquer valor (00, 01, 10, 11). Desenhe um circuito com uma saída que seja alta quando dois números nessa notação x_1x_0 e y_1y_0 forem exatamente iguais.



Exemplo

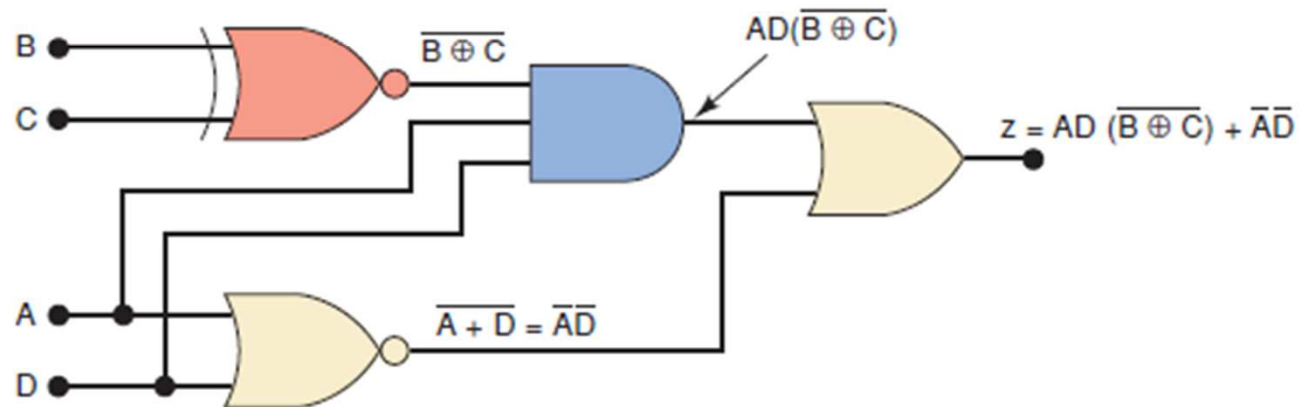
- Ao simplificar um circuito, podem aparecer operações XOR ou XNOR na expressão. Se o circuito for desenhado com as respectivas portas XOR ou XNOR, a simplificação será maior. Por exemplo, simplifique o circuito:



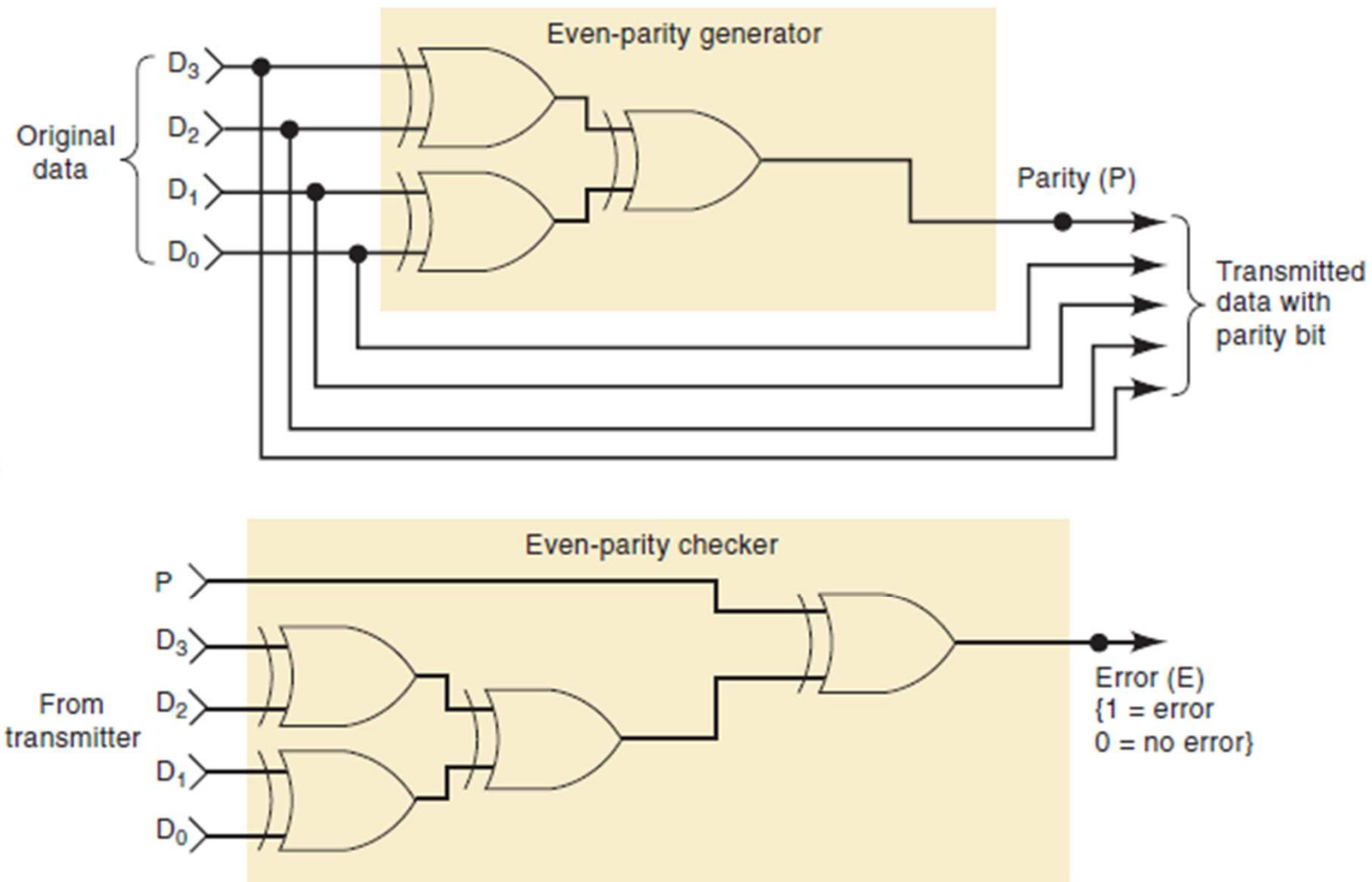
Solução

$$z = ABCD + A\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{D}$$

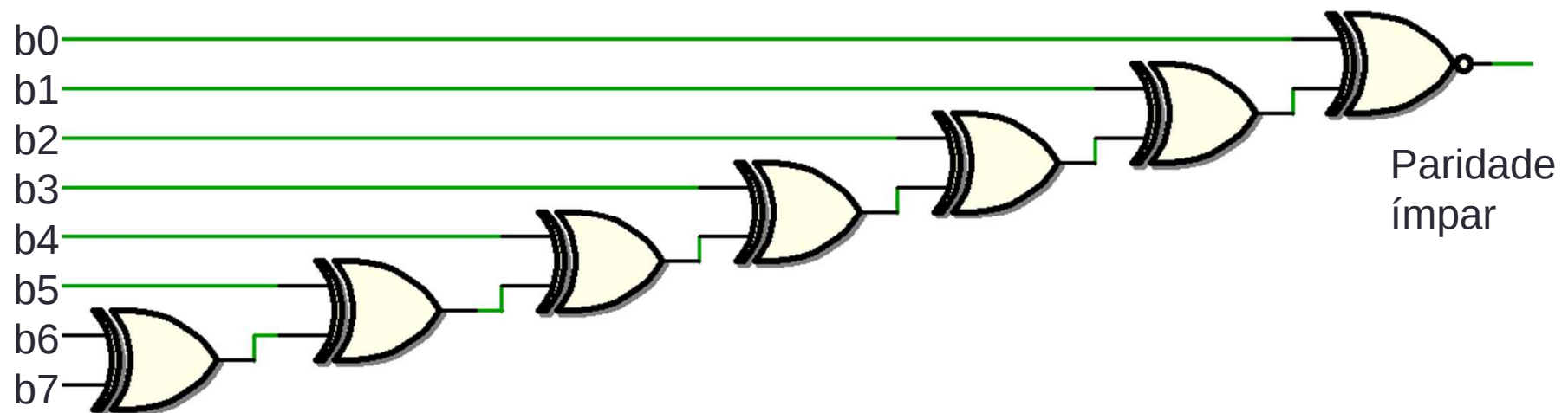
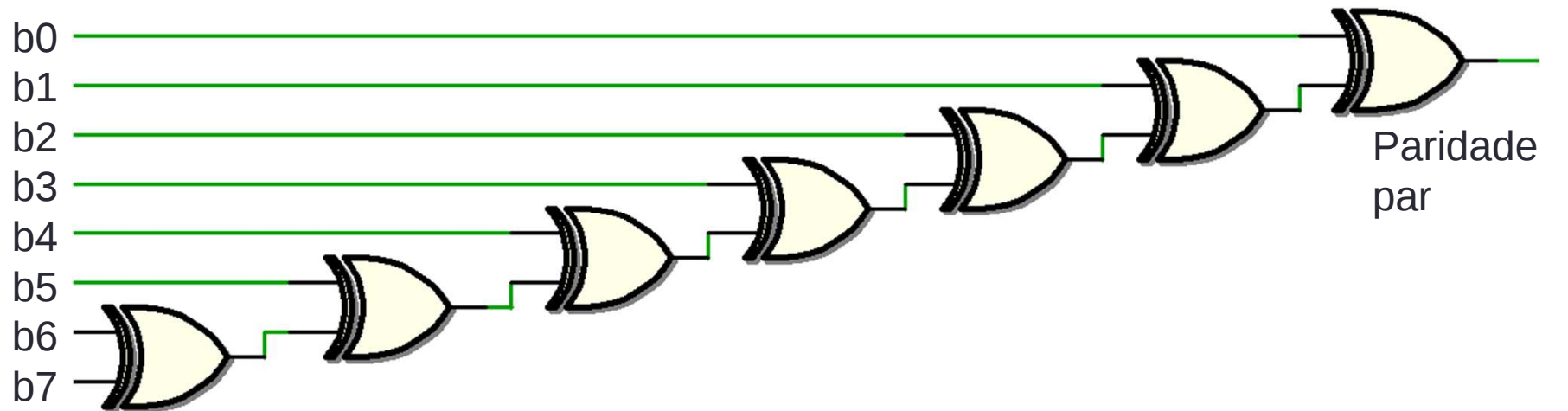
$$z = AD(BC + \overline{B}\overline{C}) + \overline{A}\overline{D}$$



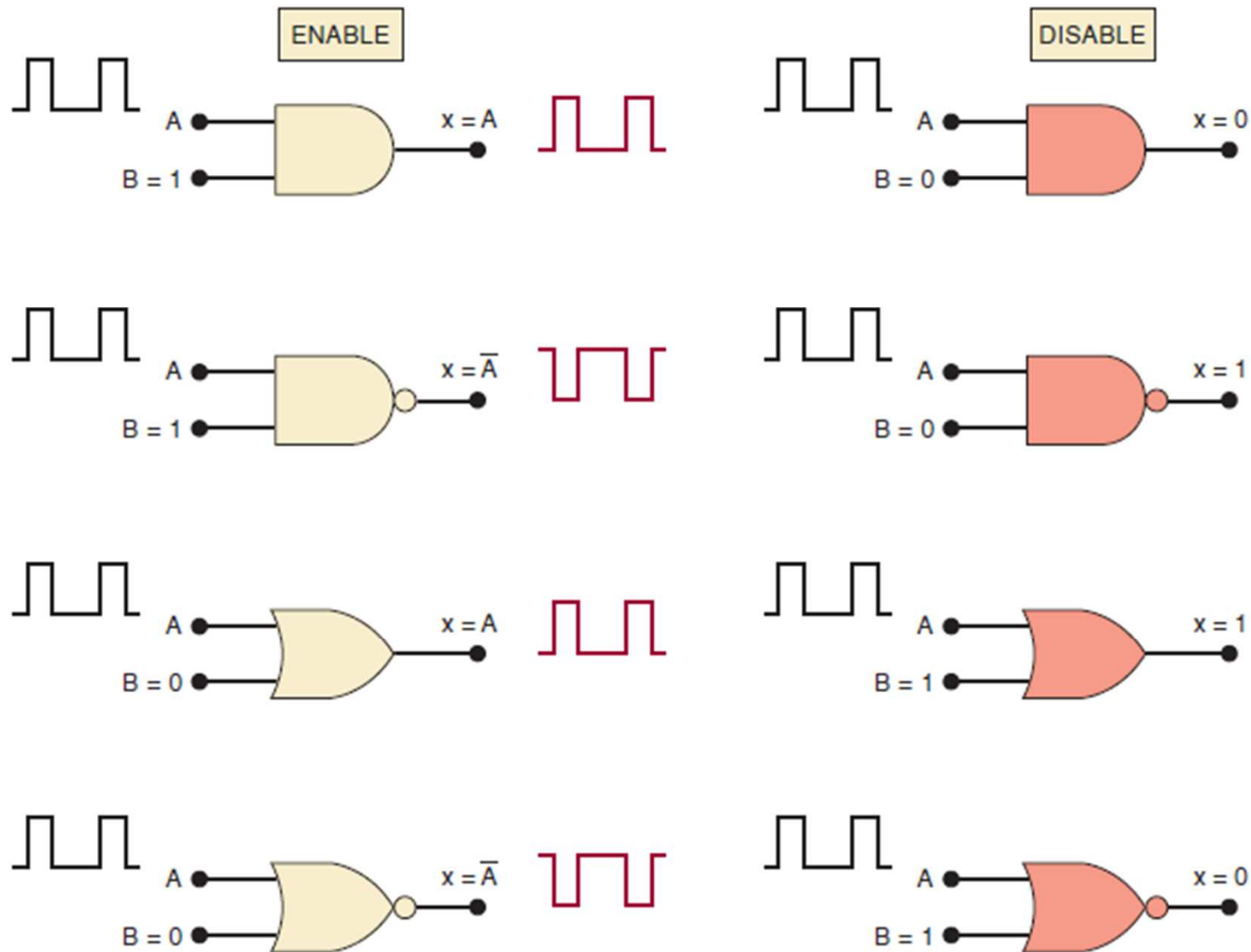
Gerador e Verificador de Paridade



Gerador e Verificador de Paridade

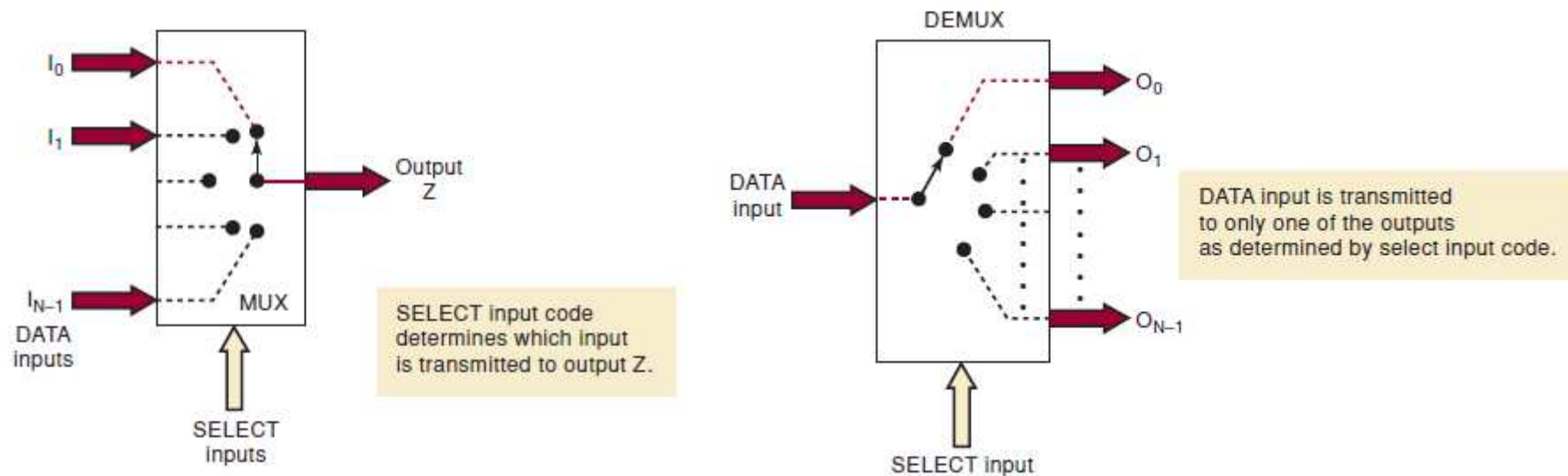


Circuitos para habilitar e desabilitar

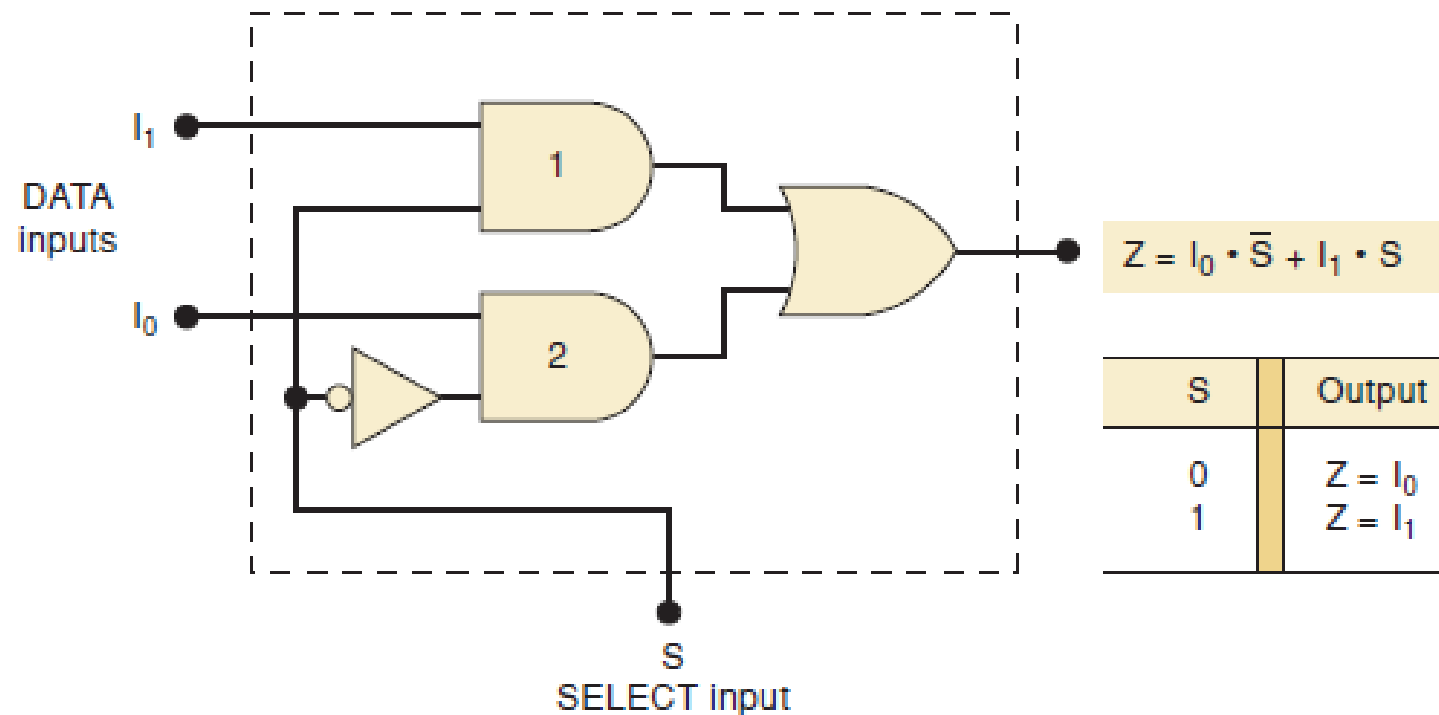


MUXES e DEMUXES

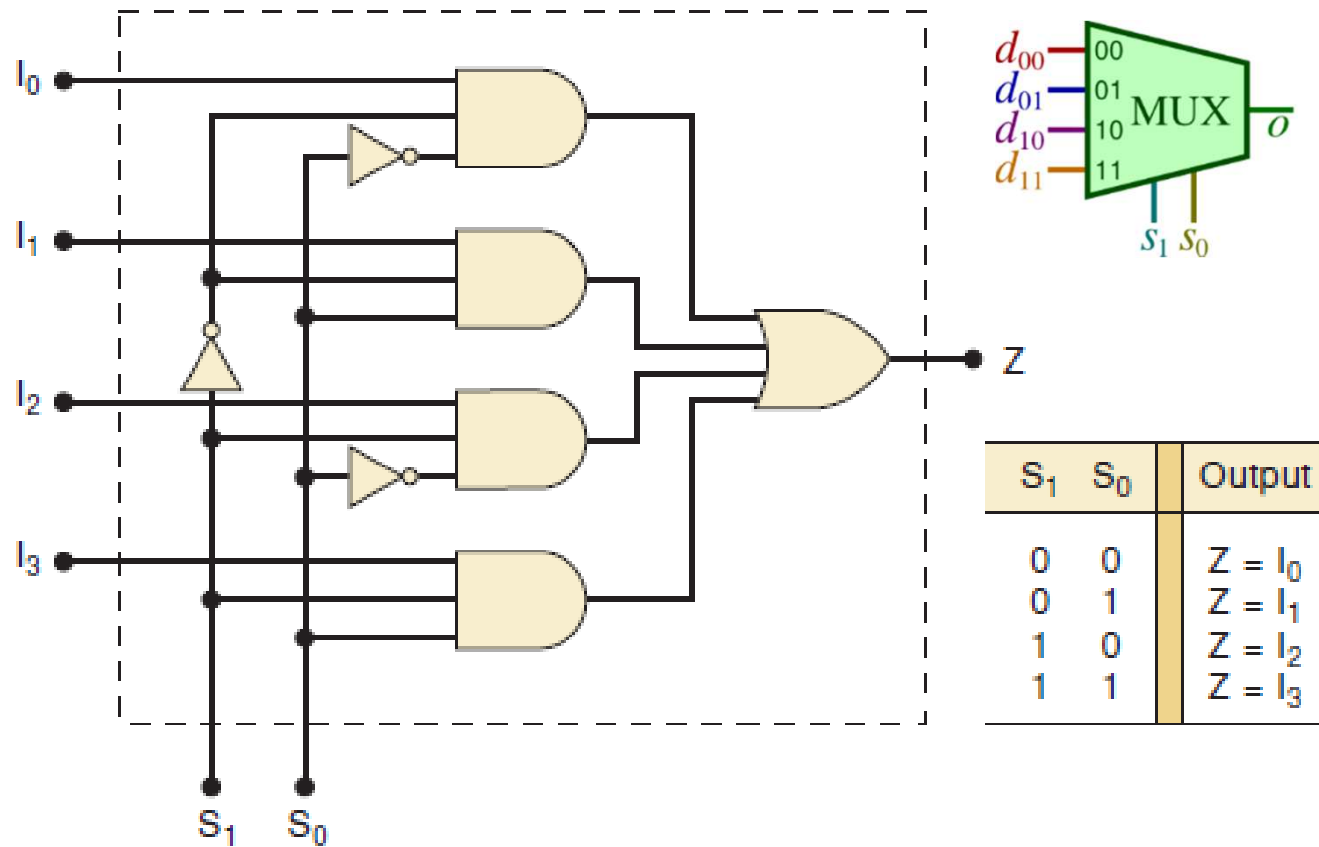
- Multiplexadores (Muxes) e Demultiplexadores (Demuxes)
- Muito usados para desviar dados por caminhos diferentes em um circuito (Demux) ou selecionar dados de diversas fontes (Muxes)



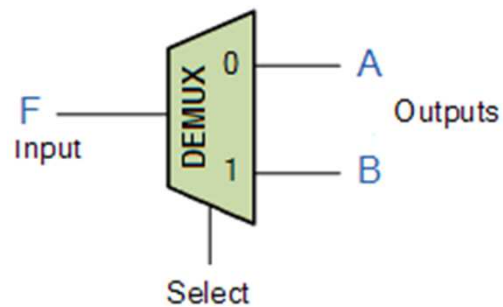
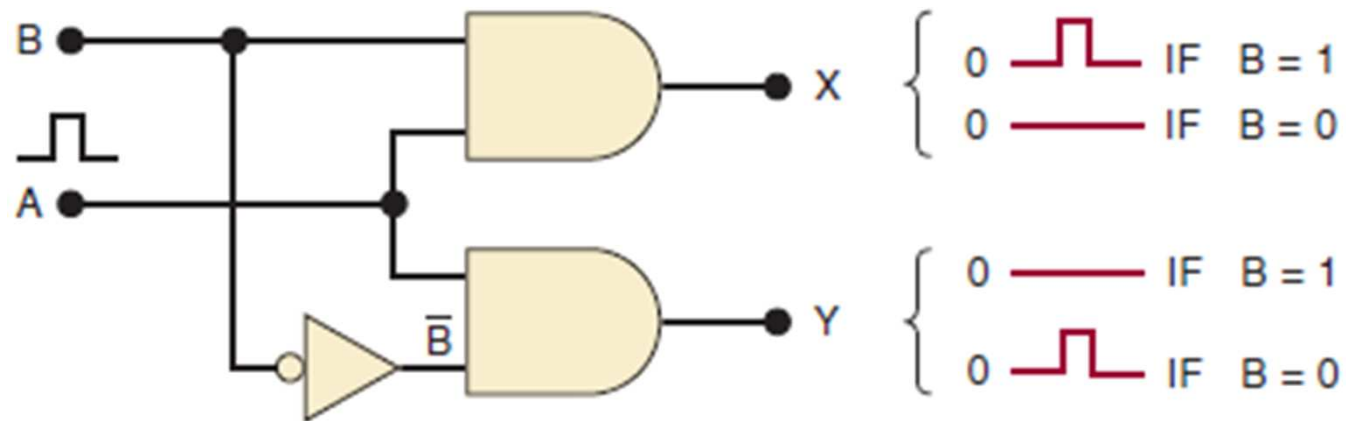
Multiplexador básico de 2 entradas



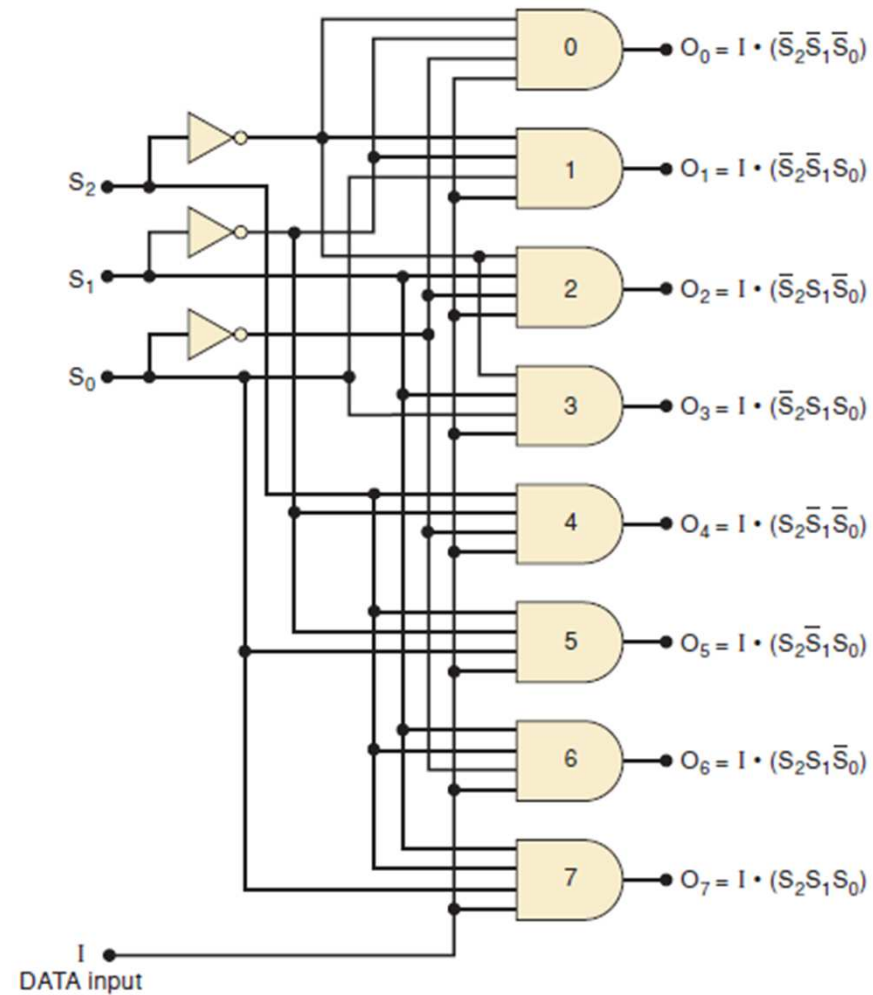
Multiplexador de 4 entradas



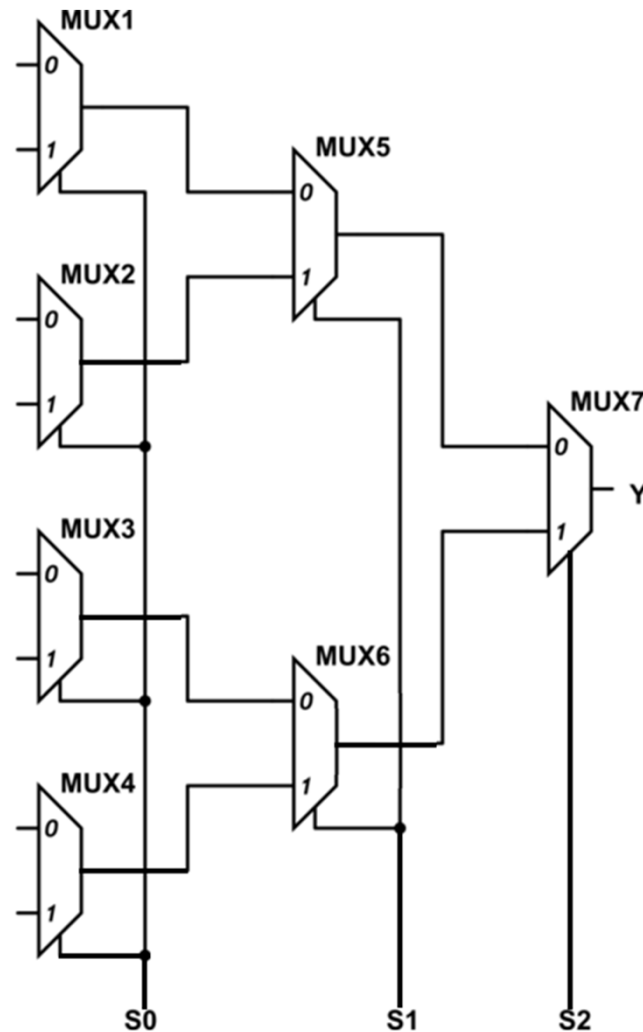
Demultiplexador básico de 2 saídas



Demultiplexador de 8 saídas



Combinação de Muxes/Demuxes



Exercícios

1. Sob que condições uma porta OR deixará um dado passar inalterado até a saída?
2. Repita para as portas AND, NAND, NOR, NOT, XOR e XNOR, se possível.
3. Projete um circuito que permitirá a entrada A aparecer na saída somente quando as entradas de controle B e C estiverem em nível baixo e alto, respectivamente. Caso contrário a saída deverá permanecer em nível baixo.
4. Projete um circuito que irá desabilitar a passagem de um sinal de entrada apenas quando as entradas de controle B, C e D estiverem todas em nível alto. A saída deve permanecer em nível lógico alto na condição de desabilitado