CIRCUITOS LÓGICOS
CIRCUITOS COMBINACIONAIS

Marco A. Zanata Alves

Slides baseados nos slides de Rodrigo Hausen - CMCC – UFABC (2013)
http://compscinet.org/hausen/courses/circuitos/

AULA PASSADA: EXPRESSÕES E FUNÇÕES LÓGICAS

Tabela verdade da conjunção (e)

X	Y	$\boldsymbol{X \cdot Y}$
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**F**
F	F	**F**

Tabela verdade da disjunção (ou)

X	Y	$\boldsymbol{X + Y}$
V	V	**V**
V	F	**V**
F	V	**V**
F	F	**F**

Tabela verdade da negação (não)

X	$\overline{\boldsymbol{X}}$
V	**F**
F	**V**

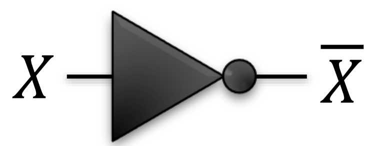
Conjunção (e): resultado verdadeiro apenas se X e Y forem verdadeiros.

Disjunção (ou): resultado verdadeiro apenas se Y ou Y forem verdadeiros.

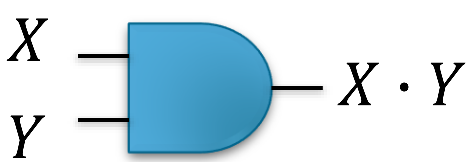
Negação (não): resultado só será verdadeiro se X não for verdadeiro.

PORTAS LÓGICAS

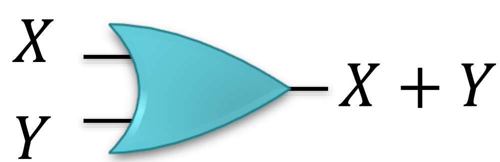
Trata-se de circuitos que efetuam operações básicas da álgebra booleana



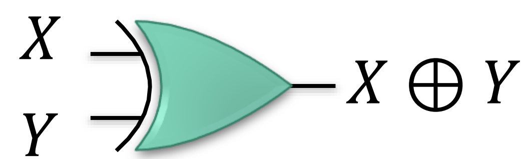
Porta **not**



Porta **and**



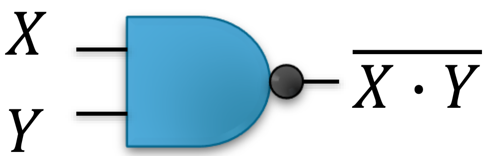
Porta **or**



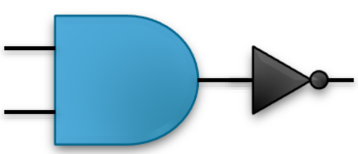
Porta **xor**

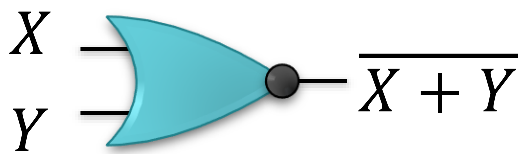
PORTAS LÓGICAS
COM SAÍDAS INVERTIDAS

Também existem as seguintes portas com saída invertida (negada)

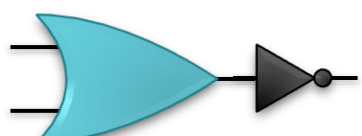


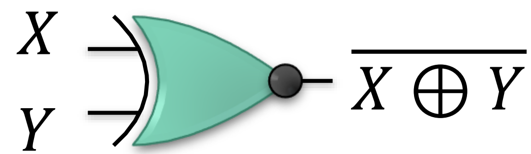
Porta **nand**



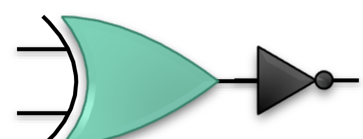


Porta **nor**





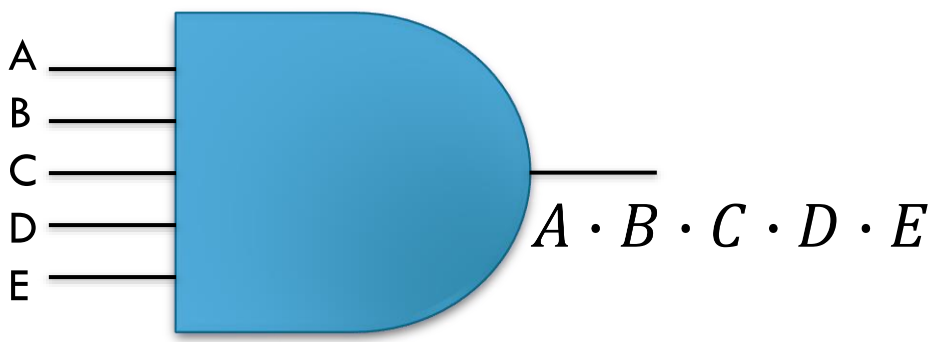
Porta **xnor**



OBSERVAÇÕES SOBRE PORTAS LÓGICAS

Quaisquer portas lógicas podem ser construídas usando-se apenas as portas básicas $\boldsymbol{not}$, $\boldsymbol{and}$ com duas entradas e $\boldsymbol{or}$ com duas entradas.

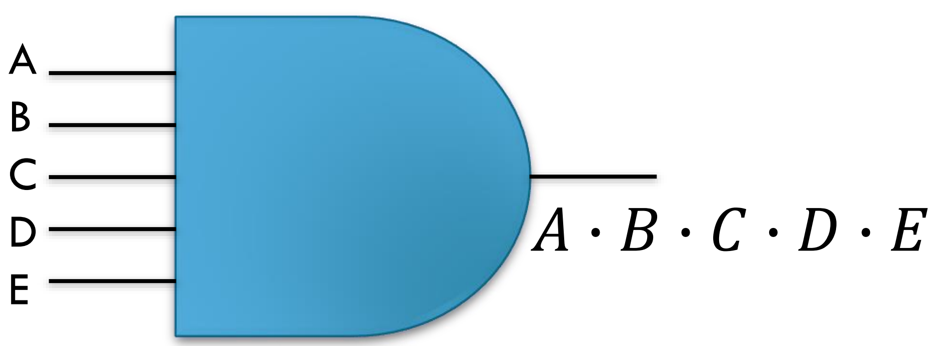
Ex: and com 5 entradas

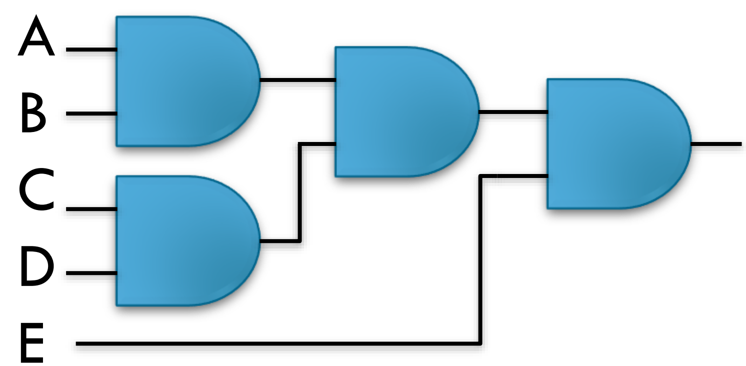


OBSERVAÇÕES SOBRE PORTAS LÓGICAS

Quaisquer portas lógicas podem ser construídas usando-se apenas as portas básicas $\boldsymbol{not}$, $\boldsymbol{and}$ com duas entradas e $\boldsymbol{or}$ com duas entradas.

Ex: and com 5 entradas

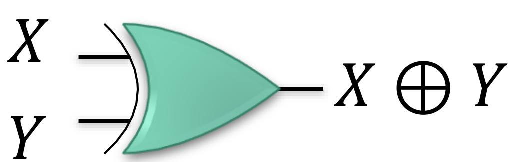




OBSERVAÇÕES SOBRE PORTAS LÓGICAS

Quaisquer portas lógicas podem ser construídas usando-se apenas as portas básicas $\boldsymbol{not}$, $\boldsymbol{and}$ com duas entradas e $\boldsymbol{or}$ com duas entradas.

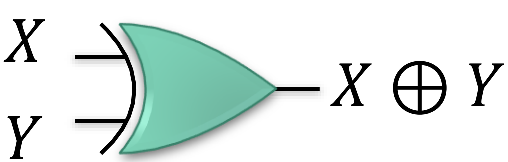
Ex: xor com 2 entradas

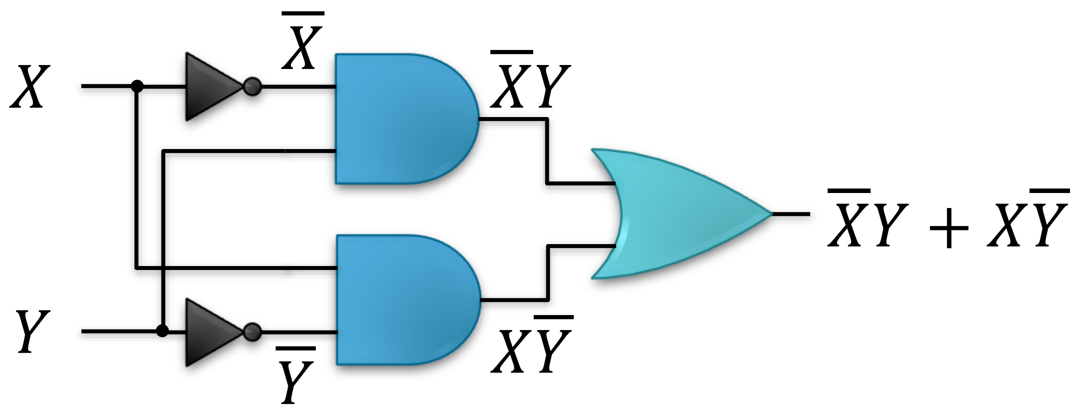


OBSERVAÇÕES SOBRE PORTAS LÓGICAS

Quaisquer portas lógicas podem ser construídas usando-se apenas as portas básicas $\boldsymbol{not}$, $\boldsymbol{and}$ com duas entradas e $\boldsymbol{or}$ com duas entradas.

Ex: xor com 2 entradas

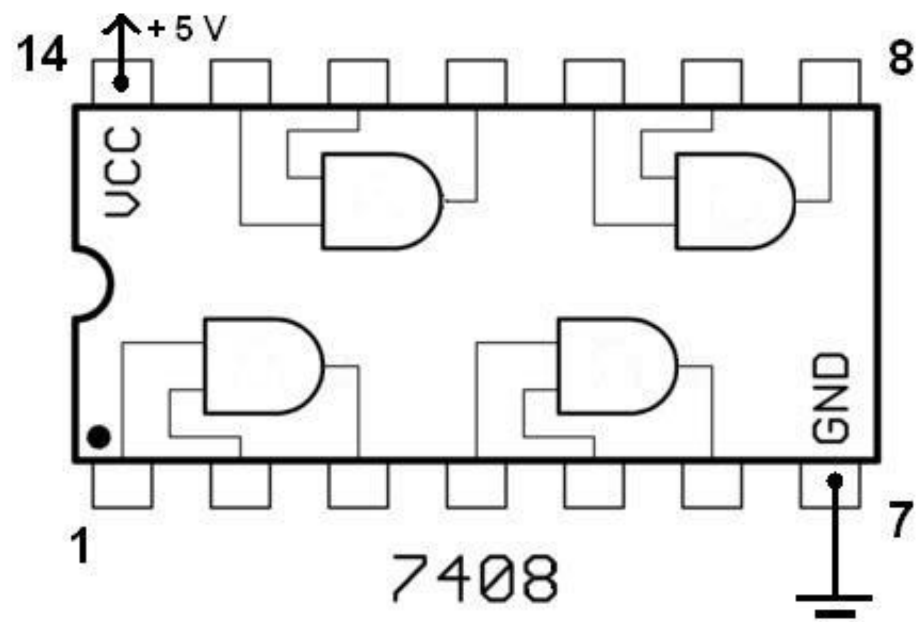




OBSERVAÇÕES SOBRE PORTAS LÓGICAS

Geralmente, usamos portas lógicas encontradas em circuitos integrados.

Por exemplo: 7408 (4 portas and com 2 entradas)



OBSERVAÇÕES SOBRE PORTAS LÓGICAS

Geralmente, usamos portas lógicas encontradas em circuitos integrados.

Encontram-se circuitos integrados para:

inversor (7404 / CD4049)
and (7408 / CD4081)
or (7432 / CD4071)
xor (7486)
nand (7400 / CD4012)
nor (7402 / CD4001)
xnor (CD4077)

74xx – tradicionalmente de tecnologia TTL (74LSxx)
+ Robustez

CD40xx – tecnologia CMOS
+ Integração
- Consumo

Circuitos com portas lógicas com até 8 entradas também estão disponíveis

FATORAÇÃO DE CIRCUITOS/LÓGICA

MOTIVAÇÃO

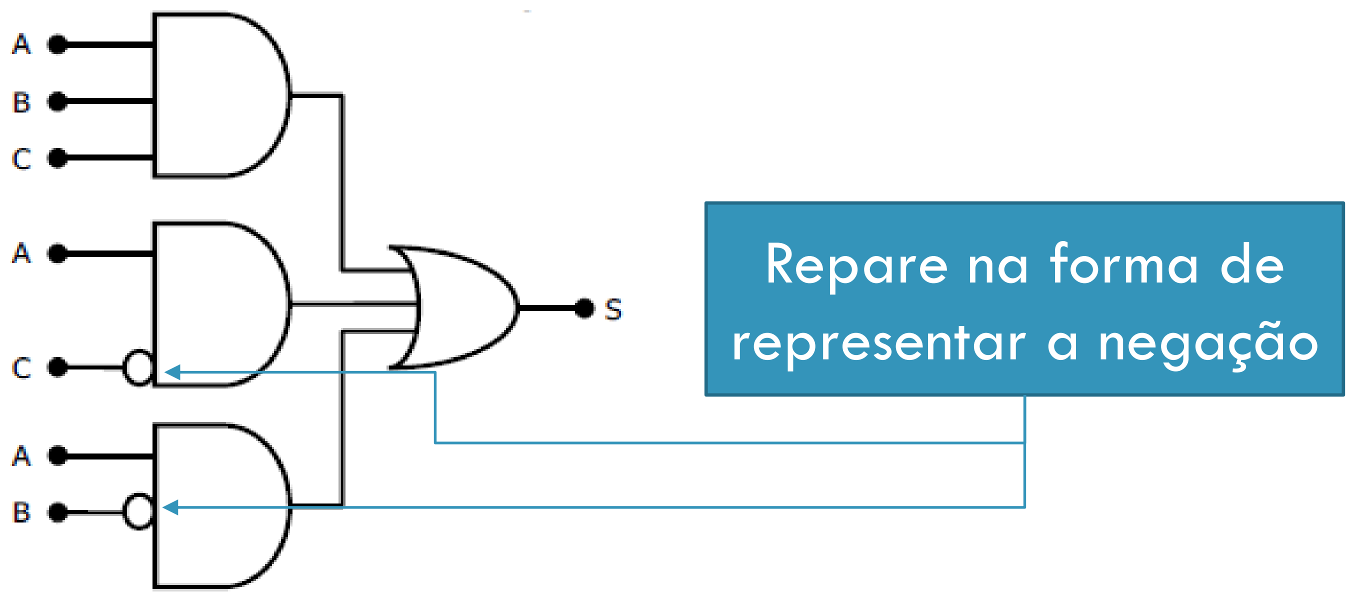
Como visto, os circuitos lógicos correspondem (executam) expressões booleanas, as quais representam problemas no mundo real

Porém, os circuitos gerados por tabelas verdade muitas vezes admitem simplificações, o que reduz o número de portas lógicas; essa redução diminui o grau de dificuldade na montagem e custo do sistema digital

FATORAÇÃO

Consiste na aplicação dos postulados e propriedades da álgebra booleana, com o objetivo de simplificar a expressão

Por exemplo, simplifique o seguinte circuito:



FATORAÇÃO

Consiste na aplicação dos postulados e propriedades da álgebra booleana, com o objetivo de simplificar a expressão

Por exemplo

- S = A.B.C + A.C’ + A.B’
- = A.(B.C + C’ + B’) distributiva
- = A.(B.C + (C’ + B’)) associativa
- = A.(B.C + ((C’ + B’)’)’) identidade do complemento
- = A.(B.C + (C.B)’) De Morgan
- = A.(B.C + (B.C)’) comutativa
- = A.(1) elemento neutro da adição (D+d=1)
- = A identidade da multiplicação

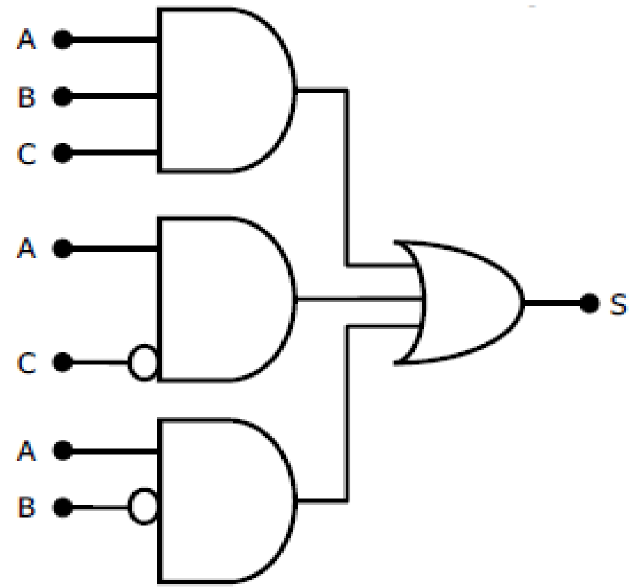
FATORAÇÃO

Portanto,

- A.B.C + A.C’ + A.B’ = A

Essa expressão mostra a importância da simplificação de expressões e a consequente minimização do circuito, sendo o resultado final igual ao da variável A

Circuito antes da simplificação:



Circuito após simplificação:

PORTAS UNIVERSAIS

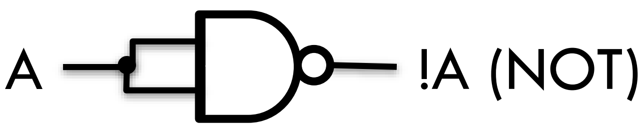
PORTAS UNIVERSAIS

As portas lógicas NAND e NOR são ditas portas lógicas universais

Com apenas uma dessas portas, podemos representar qualquer outra porta lógica!!!

Vamos demonstrar isso!

PORTAS NAND E NOR

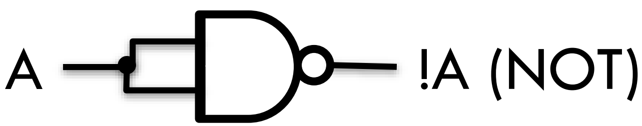


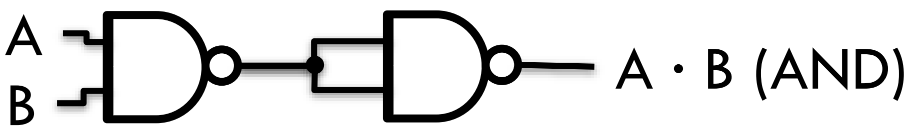
De Morgan's Theorem

$$\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y} \quad \Rightarrow \quad x \cdot y = \overline{\bar{x} + \bar{y}}$$

$$\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y} \quad \Rightarrow \quad x + y = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}}$$

PORTAS NAND E NOR



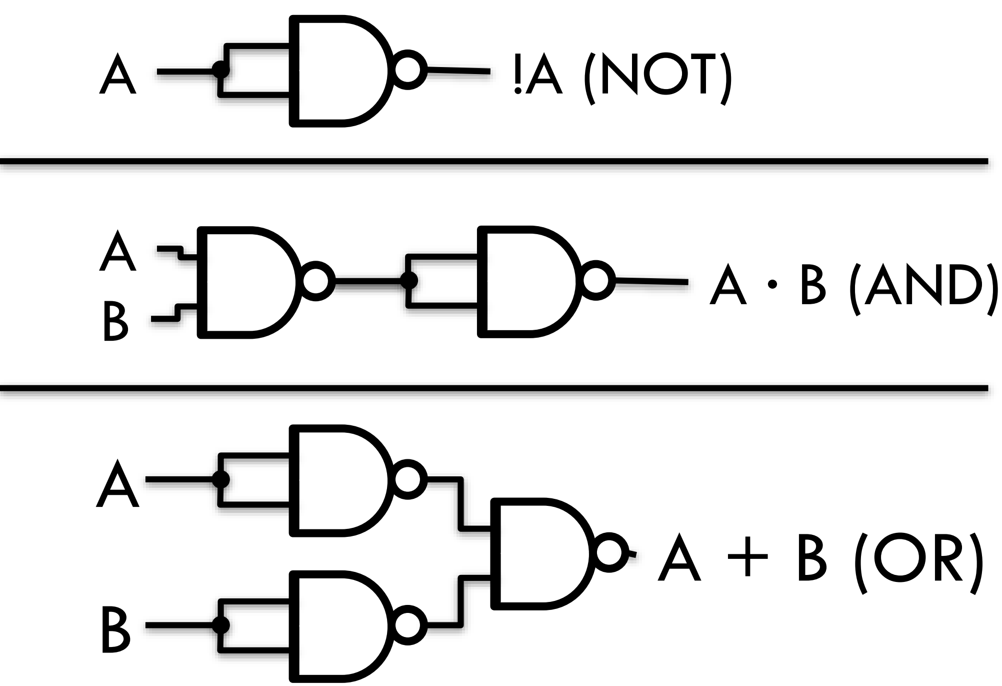


De Morgan's Theorem

$$\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y} \quad \Rightarrow \quad x \cdot y = \overline{\bar{x} + \bar{y}}$$

$$\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y} \quad \Rightarrow \quad x + y = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}}$$

PORTAS NAND E NOR



De Morgan's Theorem

$$\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y} \quad \Rightarrow \quad x \cdot y = \overline{\bar{x} + \bar{y}}$$

$$\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y} \quad \Rightarrow \quad x + y = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}}$$

EXEMPLO 1

SÍNTESE DE CIRCUITOS DIGITAIS

Exemplo 6: Elabore um circuito com portas lógicas not, and e or cuja saída corresponda à expressão $A \oplus B$ (A xor B).

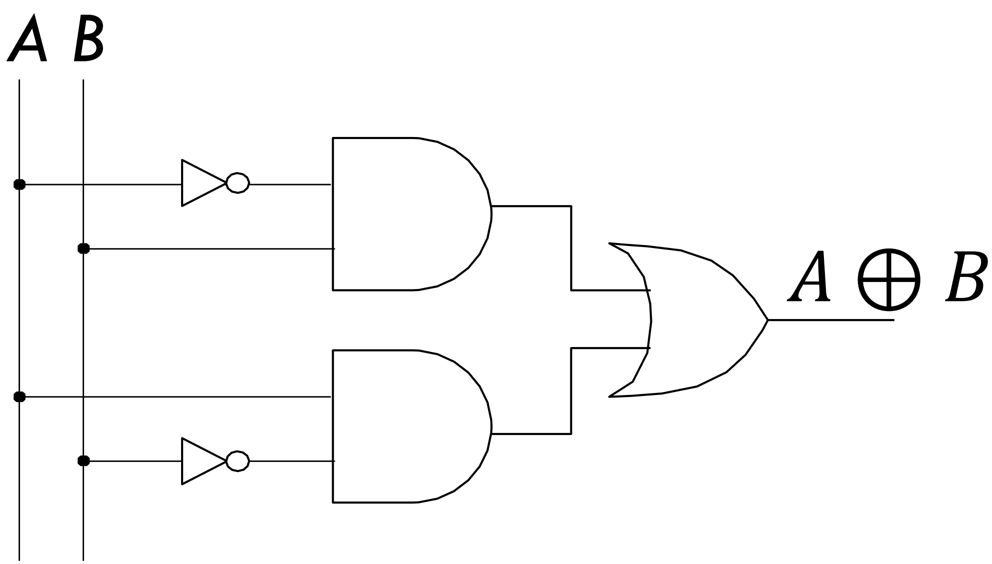
Sabemos que $A \oplus B = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$

Recomenda-se colocar as entradas "na vertical" e desenvolver as saídas "na horizontal, para a direita"

SÍNTESE DE CIRCUITOS DIGITAIS

Exemplo 6: Elabore um circuito com portas lógicas not, and e or cuja saída corresponda à expressão $A \oplus B$ (A xor B).

Sabemos que $A \oplus B = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$

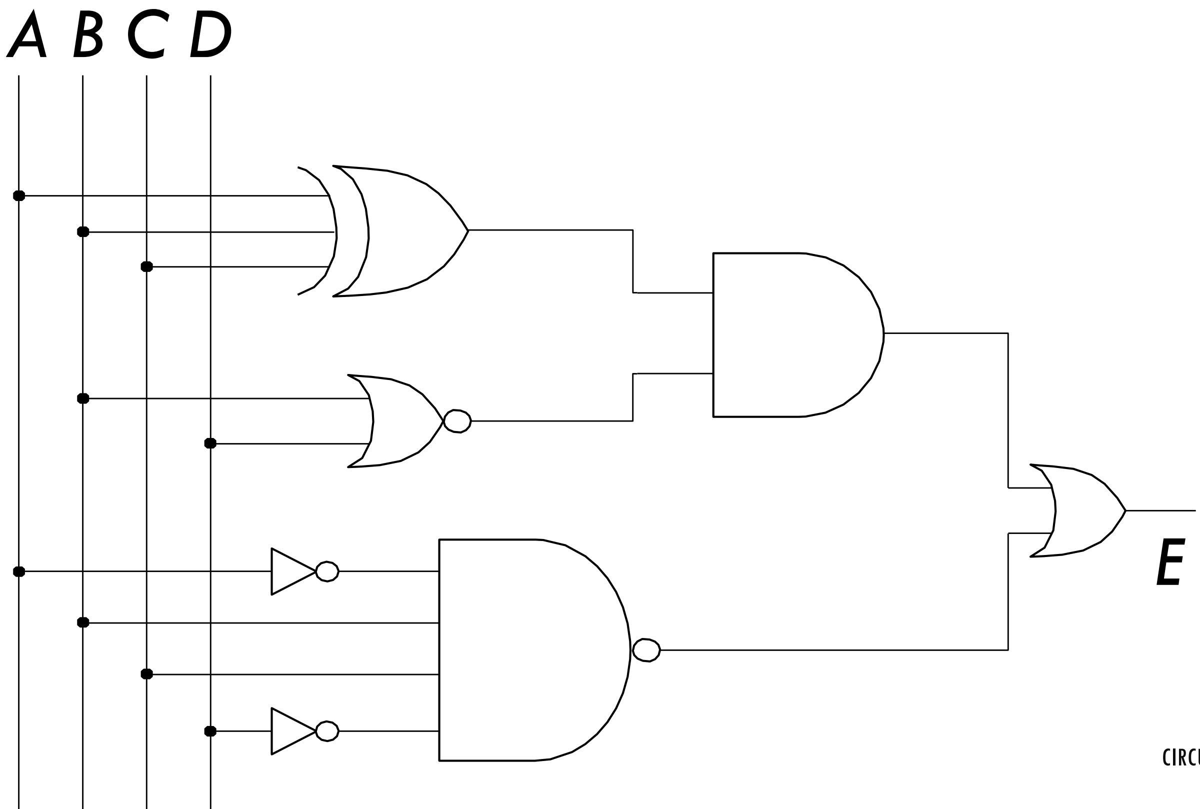


Note que geralmente não representamos, em um circuito digital, onde está a fonte de tensão/bateria

EXEMPLO 2

ANÁLISE DE CIRCUITOS DIGITAIS

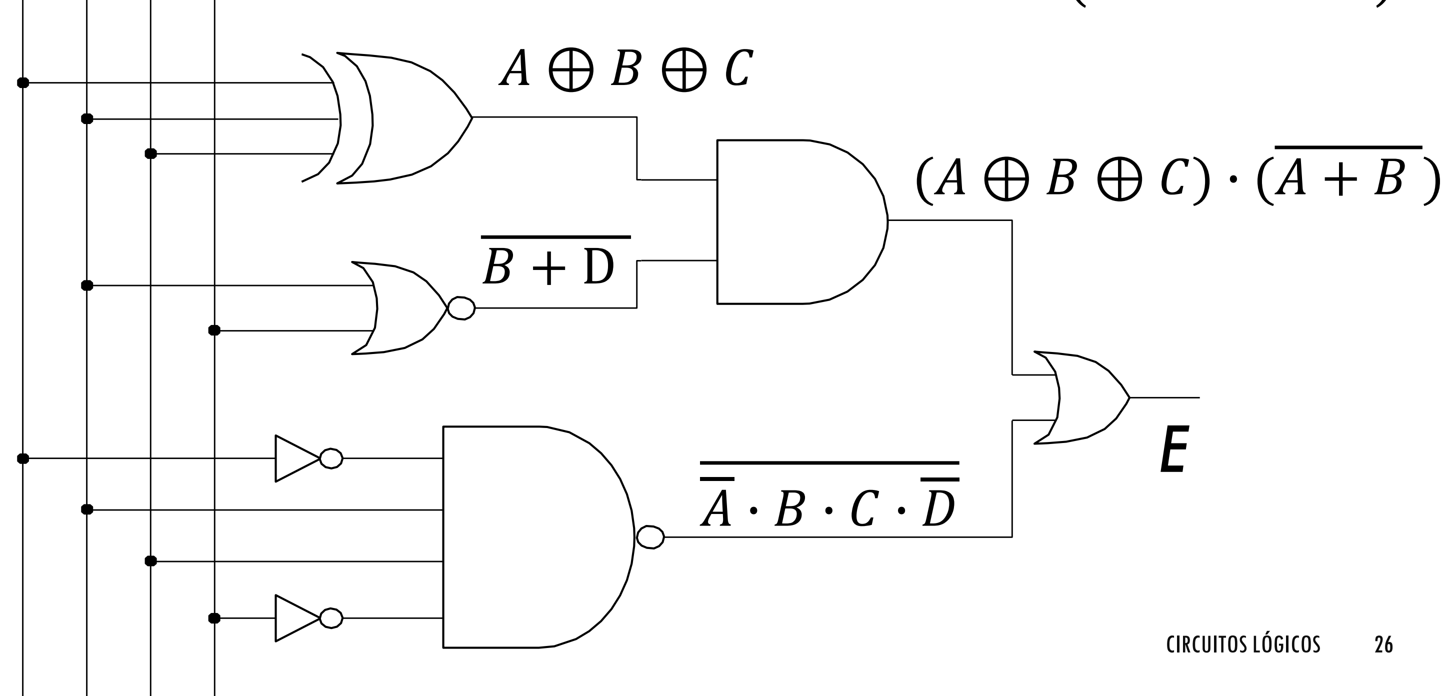
Exemplo 1: Dado o circuito abaixo, encontre uma expressão lógica para E em função de A, B, C e D.



ANÁLISE DE CIRCUITOS DIGITAIS

Exemplo 1: Dado o circuito abaixo, encontre uma expressão lógica para E em função de A, B, C e D.

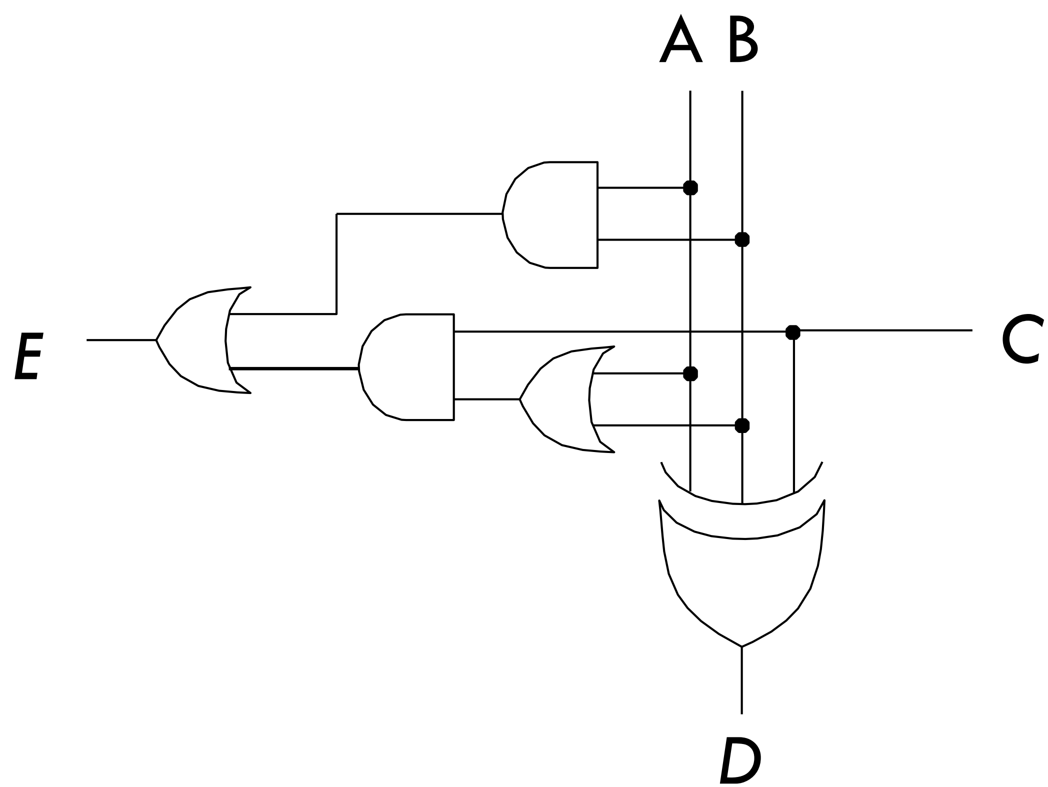
$$\mathbf{E} = \Big((\boldsymbol{A} \oplus \boldsymbol{B} \oplus \boldsymbol{C}) \cdot (\overline{\boldsymbol{B} + \mathbf{D}}\,) \Big) + \Big(\overline{\overline{\boldsymbol{A}} \cdot \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{C} \cdot \overline{\boldsymbol{D}}} \Big)$$



EXEMPLO 3

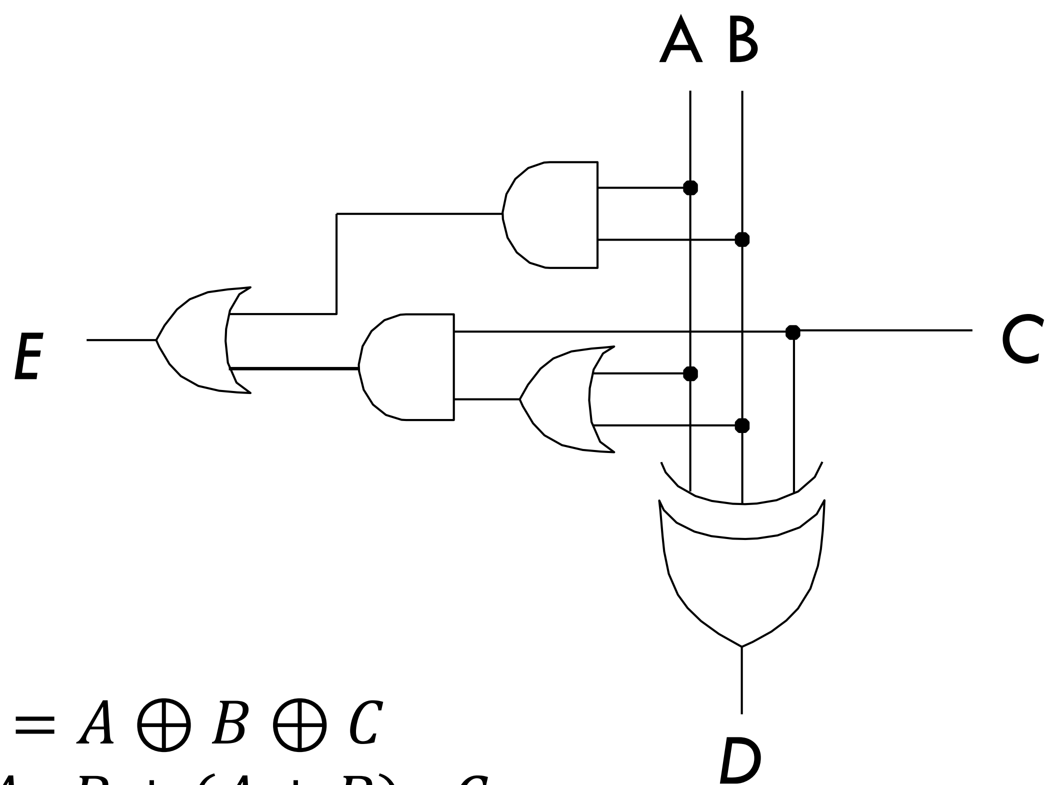
ANÁLISE DE CIRCUITOS DIGITAIS

Exemplo 2: Encontre uma expressão lógica para cada saída.



ANÁLISE DE CIRCUITOS DIGITAIS

Exemplo 2: Encontre uma expressão lógica para cada saída.



Resposta:

$$D = A \oplus B \oplus C$$
$$E = A \cdot B + (A + B) \cdot C$$

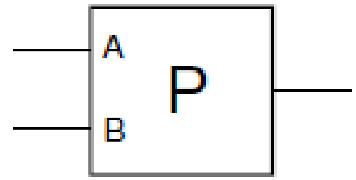
ANÁLISE DE CIRCUITOS DIGITAIS

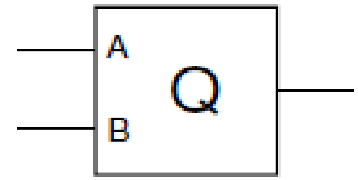
Tenha sempre em mente:

para obter a expressão lógica nas saídas de um circuito digital, vá "caminhando" das entradas em direção às saídas, escrevendo no saída de cada porta lógica a expressão equivalente.

EXERCÍCIO

SÍNTESE DE CIRCUITOS DIGITAIS





Existem 16 possíveis funções para portas lógicas com duas entradas. As mais empregadas são as portas E, OU, $Inversora$, Não-E, Não-OU e OU-Exclusivo.

Dentre as 16 funções, foram selecionadas duas, implementadas por meio das portas lógicas P e Q, cujas tabelas-verdades são representadas a seguir.

Observe que as entradas A e B não são comutativas e que os níveis lógicos 0 e 1 estão disponíveis para serem utilizados como entradas.

(a) Utilizando exclusivamente portas P, construa uma porta inversora.

(b) Utilizando exclusivamente portas Q, construa uma porta inversora.

(c) Utilizando exclusivamente portas P, construa uma porta E de duas entradas.

(d) Utilizando exclusivamente portas Q, construa uma porta OU de duas entradas.

A	B	P
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0